



Pendel als „Waage“ für Neutrinos

1. Masse von Teilchen <-> Frequenz von Pendeln
2. Gekoppelte Pendel <-> mehrere Frequenzen
3. Überlagerung von Frequenzen <-> Schwebungen
4. Neutrino-Oszillationen als Schwebungen
 - a. Solare Neutrinos
 - b. Atmosphärische Neutrinos
 - c. Messung eines „Mischungswinkels“
- [5. Neutrinos als „Dunkle Materie“]

Michael Kobel
Fellow-Webinar Netzwerk Teilchenwelt

19. Juni 2020

❖ Der Teilchen-Welle „Dualismus“ in der Quantenmechanik

- Ein **Teilchen** ist *immer* ein Teilchen, nur seine Aufenthaltswahrscheinlichkeit hat den Charakter einer **Welle** (\rightarrow Auflösung des „Dualismus“)
- Ein **Teilchen** hat **klassische Eigenschaften** wie Ladung(en), Impuls p , Energie E , Masse m
- Mit welcher **Wahrscheinlichkeit** $|\psi|^2$ es sich zur Zeit t am Ort r befindet, beschreibt das Quadrat seine **Wellenfunktion**:

$$\psi(r, t) = A \cdot \cos\left[\frac{1}{\hbar}(pr - Et)\right] + \dots \text{ (imaginär)}$$

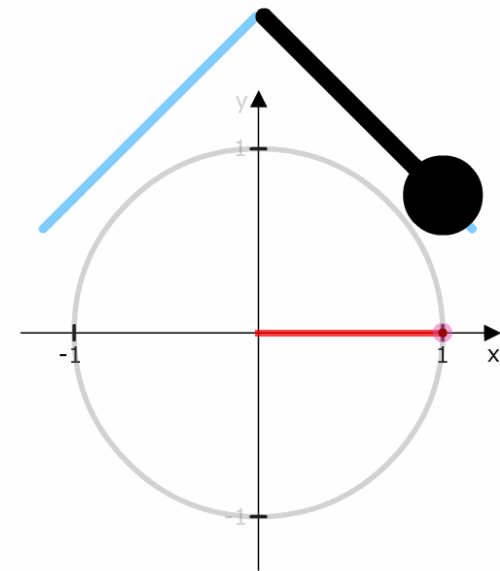
❖ Im Ruhesystem des Teilchens ist $p=0$ und $E=mc^2$

$$\psi = A \cdot \cos\left[\frac{c^2}{\hbar}mt\right] + \dots \text{ (imaginär)}$$

❖ Dies lässt sich 1:1 mit der Auslenkung eines Pendels darstellen:

$$x = a \cdot \cos[2\pi f t]$$

- $f \sim m$: **die Pendelfrequenz f modelliert die Masse m des Teilchens**
- $a \sim A$: **die Auslenkung a modelliert die Amplitude A der Wellenfunktion**

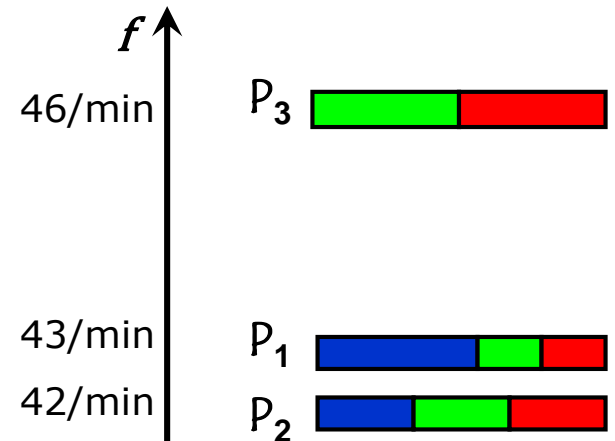
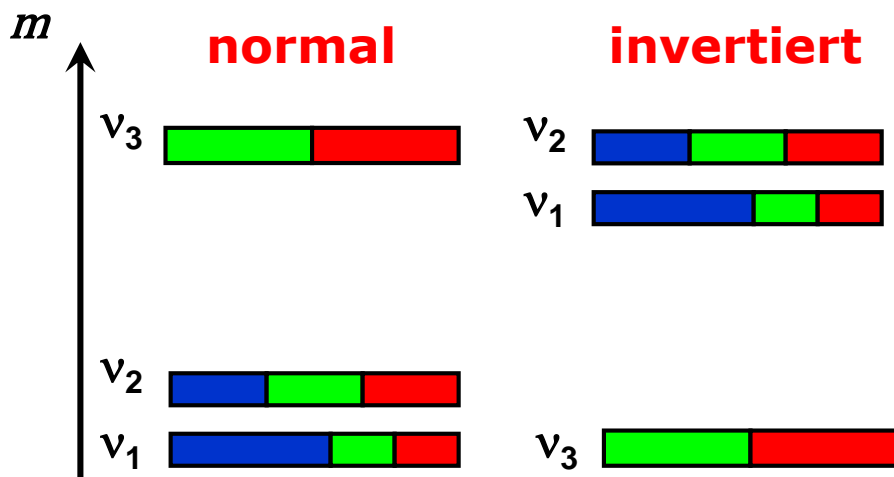
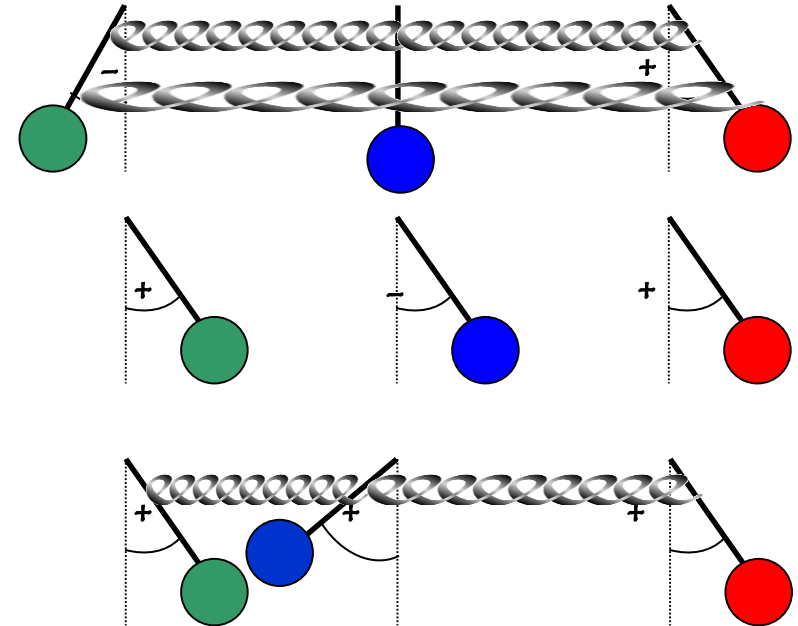


Quelle: <https://www.matheretter.de/wiki/kosinusschwingung-pendel>

$$\diamond v_3 = (-v_\mu + v_\tau) / \sqrt{2}$$

$$\diamond v_2 = (-v_e + v_\mu + v_\tau) / \sqrt{3}$$

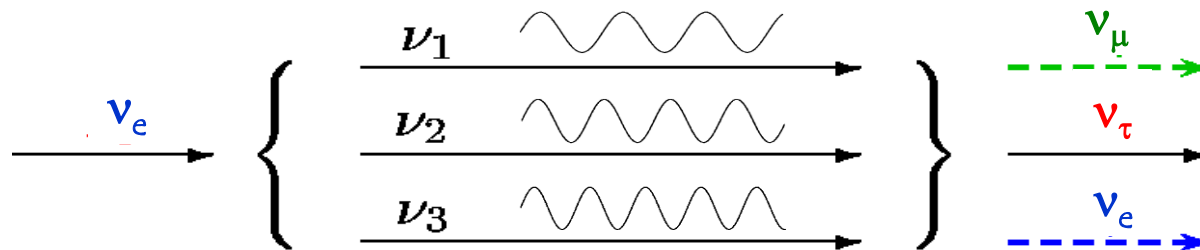
$$\diamond v_1 = (2v_e + v_\mu + v_\tau) / \sqrt{6}$$



- ❖ Beispiel aus der Akustik: Überlagerung zweier Töne



- ❖ Das $v_e = (\sqrt{2}v_1 - v_2)/\sqrt{3}$ ist eine Überlagerung von v_1 und v_2

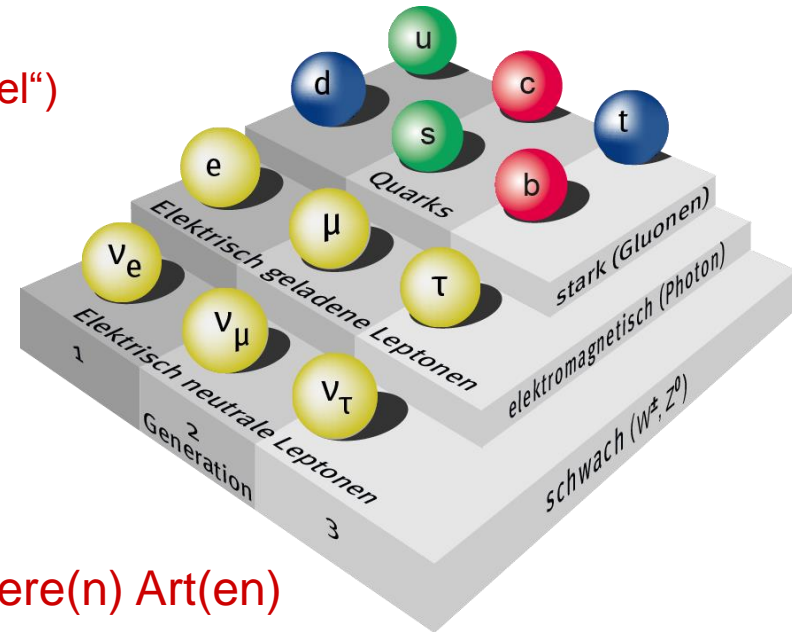


- ❖ Verschwindet „unterwegs“ periodisch (Umwandlung in $v_\mu + v_\tau$)

4. Schwebungen der Neutrinos \rightarrow ν -Oszillationen

<http://neutrinoependel.tu-dresden.de/animation.html>

Es gibt 3 Sorten von Neutrinos: ν_e ν_μ ν_τ („Pendel“)
gekoppelt zu 3 stabilen Moden ν_1 ν_2 ν_3



• Anregung nur eines Pendels:

- je größer der Frequenzunterschied (also je stärker die Kopplung) desto schneller die Schwebung

• Bei Herstellung nur einer Neutrinoart:

- Regelmäßige Umwandlungen in die andere(n) Art(en)
- Je größer der Massenunterschied, desto schneller die Oszillation

• Bei Nachweis nur einer Neutrinoart:

- Neutrinos scheinen zu „verschwinden“, abhängig von Δm^2

Schwebungsperiode T
bzw Oszillationslänge L

$$T = L/c = \hbar \frac{4\pi E}{\Delta(mc^2)^2}$$

• Analog zu akustischen Schwebungen bei kleinen Δf^2

Mit $\omega = 2\pi f$ bei kleinem $\Delta\omega$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1} \approx \frac{4\pi\omega_0}{\Delta\omega^2}$$



Korrespondenzen

Akustik <-> Pendel <-> Neutrinos

Akustik	Pendel	Neutrinos
Schallwelle	Räumliche Schwingung	Phase der Wellenfunktion
Tönhöhe (feste Frequenz)	Eigenmoden (→ Eigenfrequenz)	Massezustände (→ Phasenfrequenz)
Klang= Überlagerung der Töne	Ein Pendel = Überlagerung der Eigenmoden	Flavorzustand = QM-Mischung der Massenzustände
Lautstärke ~Schallamplitude ²	Energie des Pendels ~Schwingungsamplitude ²	QM-Nachweiswahrscheinlichkeit ~ Wellenfunktion ²
Schwebungsfrequenz ~ Δf der Töne	Schwebungsfrequenz ~ Δf der festen Moden	Flavor-Oszillation der Neutrinos ~ Δm^2 der Massezustände
Größenordnung: ~ 1000Hz	Größenordnung: 0,01 Hz	~ 0,1 – 10 kHz (Beobachtung) ~ 0,1 – 10 THz (ν -Eigenzeit)

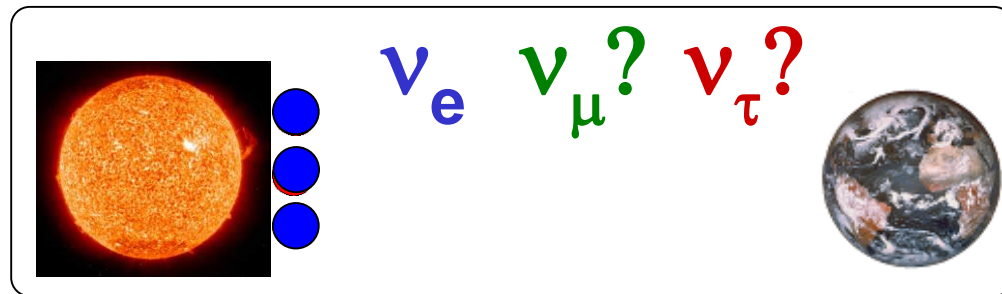
Nicht
Messbar

Messbar

4a. Neutrinos aus der Sonne

- Kernfusion in der Sonne:
 $4p \rightarrow {}^4\text{He} + 2e^+ + 2\nu_e + 27 \text{ MeV Energie}$
auf der Erde: 10^{11} solare Neutrinos / cm^2 und Sekunde

- Produktion:
100% als
„ ν_e -Pendel“



- Davis (1970 -2000): ν_e Nachweis auf der Erde
Ergebnis: nur 30% der erwarteten ν_e

Ray Davis

380000 l
Perchlorethylen
in der Homestake- Mine

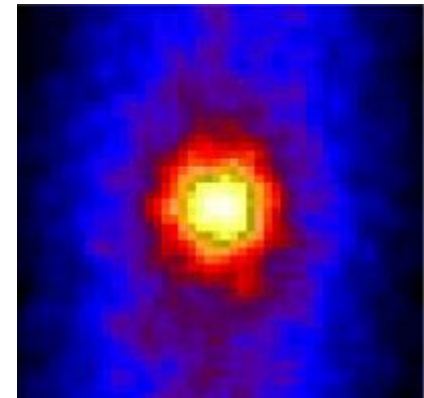


Ausspülen des ${}^{37}\text{Ar}$ (0.5 Atome/Tag)

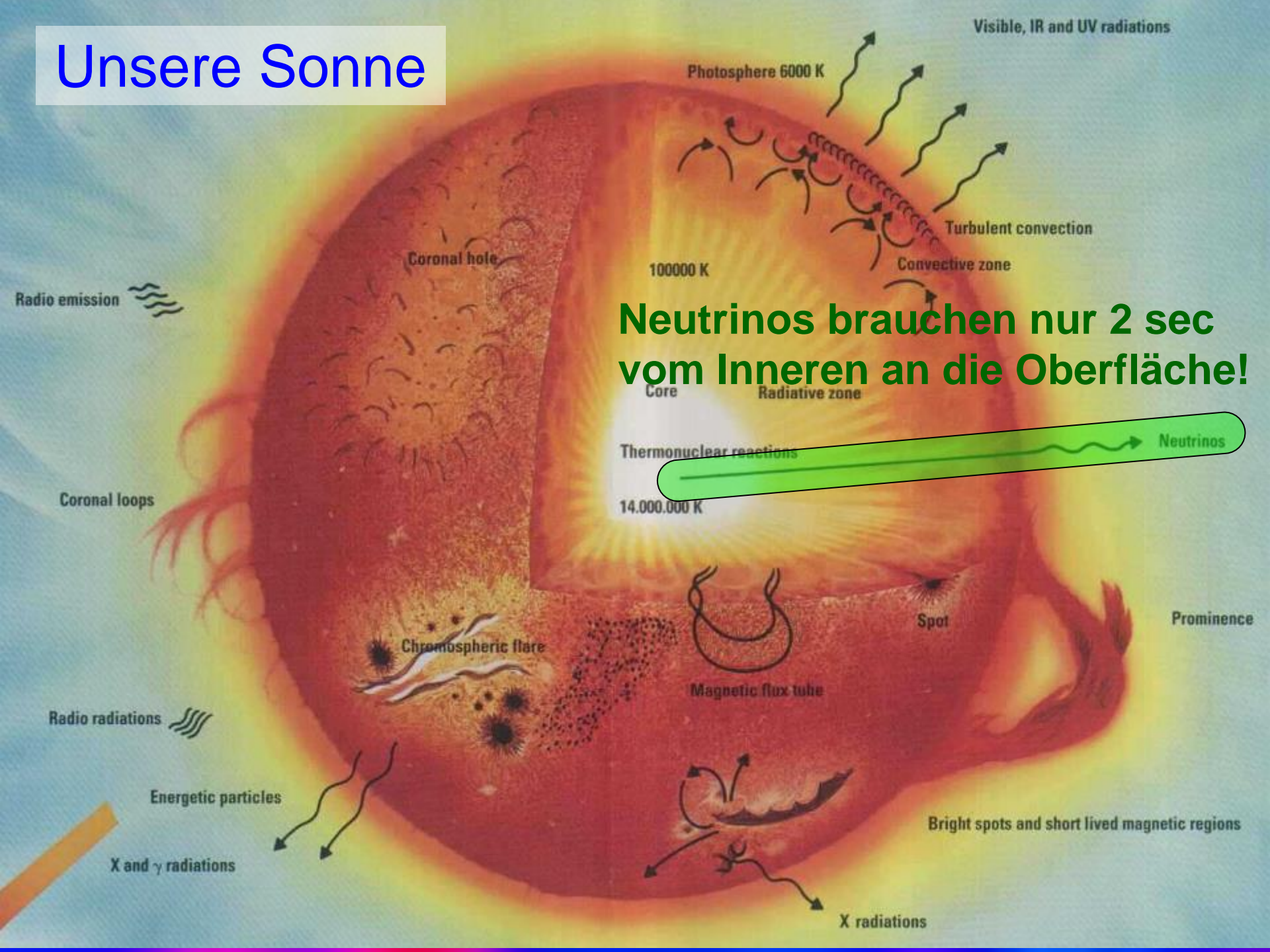
Nobelpreis 2002



- Bestätigung (1995)
Kamiokande:
Sonne (*live!*),
aber nur 1/3 des
„Neutrinolichts“

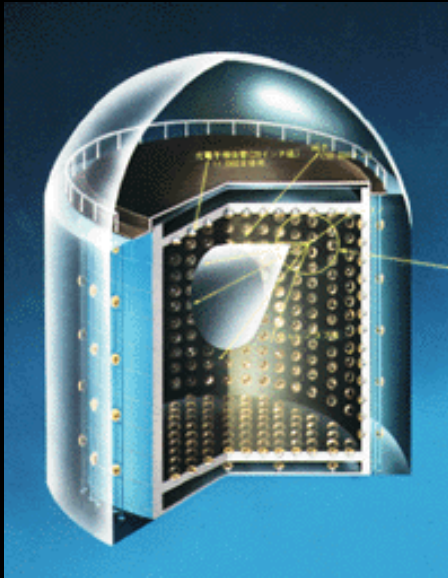


Unsere Sonne



Neutrinos brauchen nur 2 sec vom Inneren an die Oberfläche!

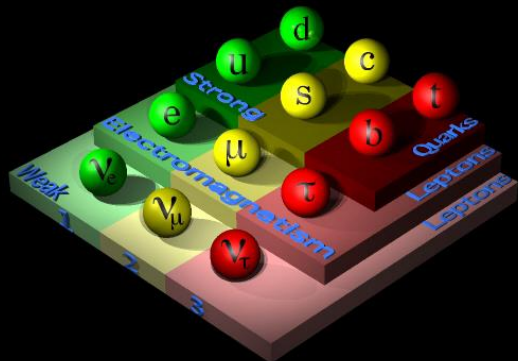
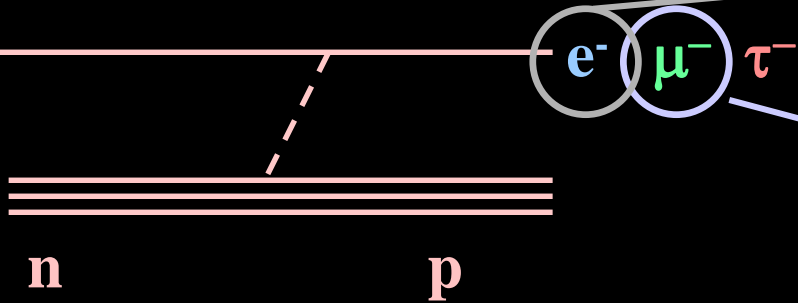
Der „Überlichtknall“ der Neutrinos



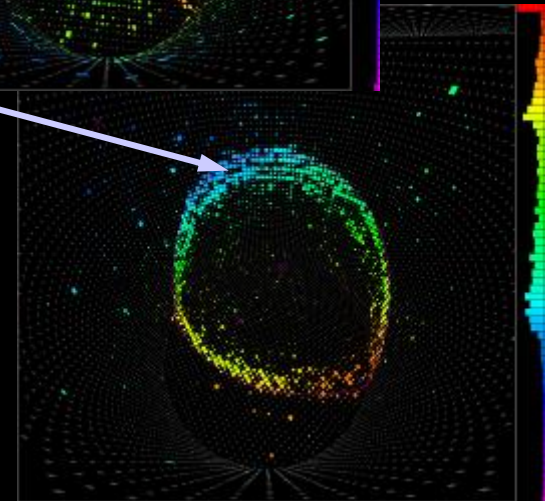
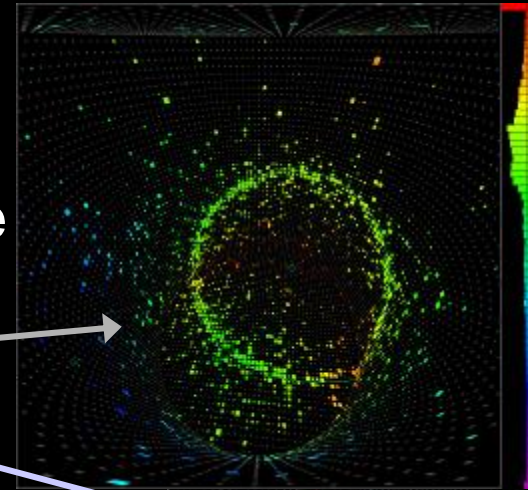
SuperKamiokande 2000
50,000 t Wassertank

40 m hoch, 40 m \varnothing
11146 Lichtdetektoren
1 km tief in Kamioka Mine
Japan

$\nu_e \nu_\mu \nu_\tau$



Jeder der drei
Neutrinoarten
reagiert anders!



4b. Atmosphärische Neutrinos

Primäre Kosmische Strahlen
(Protonen, He...)

$L=10\sim 20$ km

π^\pm, K^\pm

μ^\pm

Im Idealfall

$\nu_\mu : \nu_e = 2 : 1$

ν_μ

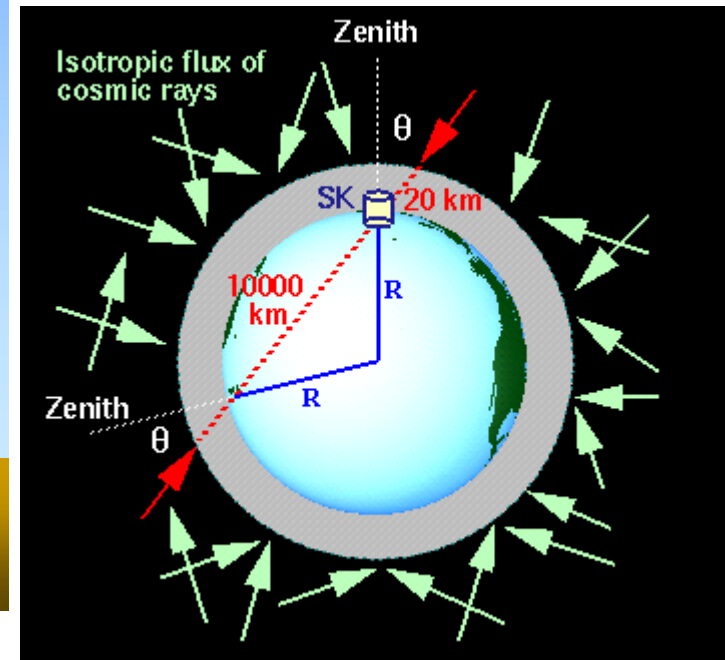
e^\pm

ν_μ

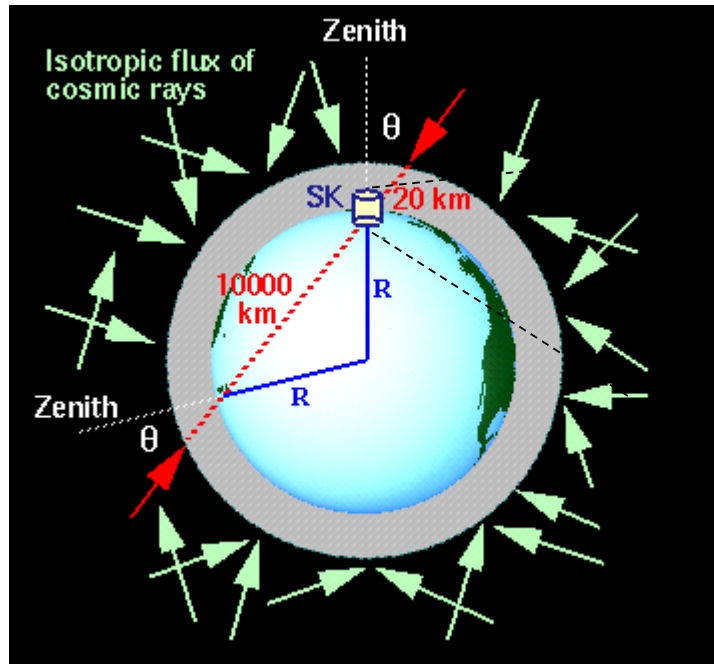
ν_e

ν_e und ν_μ aus Luftschauern:

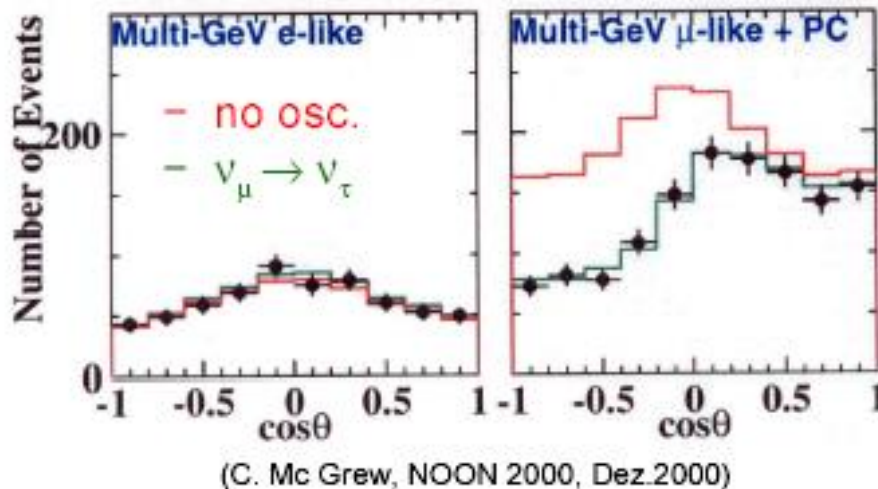
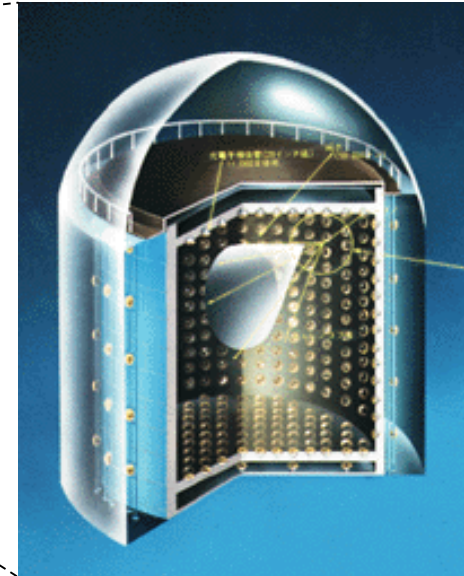
- gemessen aus allen Richtungen



Messergebnisse



SuperKamiokande 2000:



Messung von ν_e und ν_μ :

- kein Defizit für ν_e
- bei langen Flugstrecken fehlen ν_μ
- kompatibel mit $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$

Atmosphärische Neutrinos



• Messung von Kamiokande 2000 erklärt als $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{\tau}$

• Pendel:

ν_{μ} : schwache Feder zu ν_e , starke Feder zu ν_{τ}

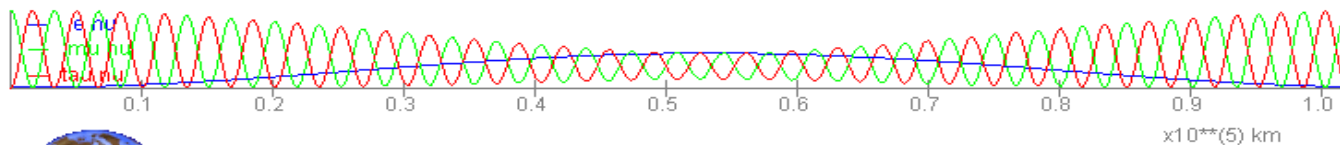
ν_e würden erst nach viel längerem Weg erscheinen

Interactive Neutrino Oscillation Laboratory

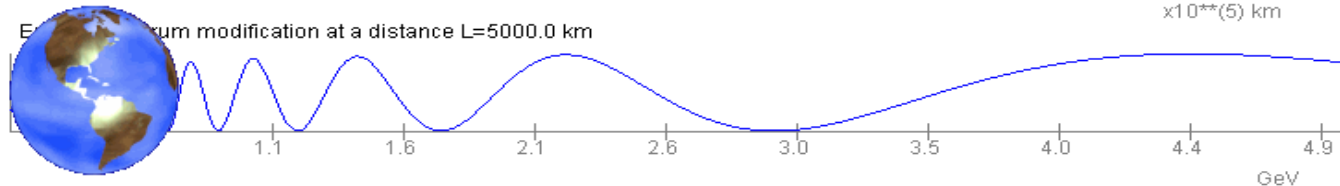
Three Generations Neutrino Oscillations

Adam Para, Fermilab

Appearance/disappearance probability as a function of distance, for $E_{\nu} = 3.0$ GeV



Energy spectrum modification at a distance $L=5000.0$ km



1 = 0.166

2 = 0.333

3 = 0.500

composition of the
initial neutrino
in terms of mass eigenstates



Mixing Matrix

0.816	0.577	0.0
-0.40	0.577	0.707
0.408	-0.57	0.707
1	2	3

e
mu
tau

composition of the
3.0 GeV flux at 5000. km
in terms of flavor states



e = 0.009

mu = 6.459

tau = 0.990

0

<http://minos.phy.bnl.gov/nu-osc-lab/Superposition1.html>

4c. Messung der Mischungswinkel zB: θ_{13}

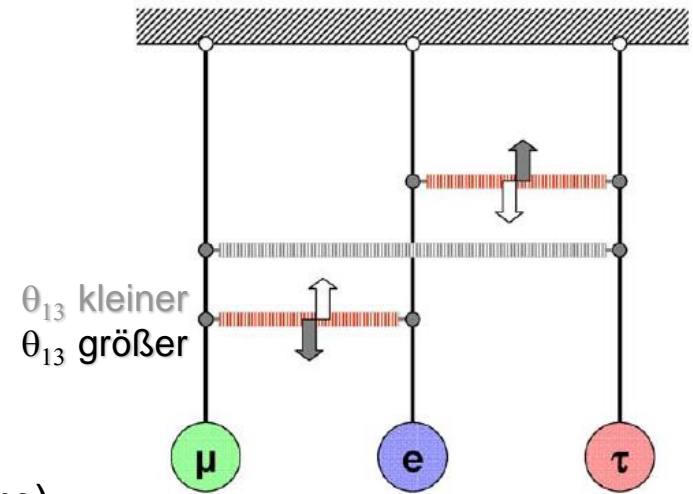
- ν_e ist auch ein wenig in ν_3 vertreten:

$$\nu_3 = (\sin\theta_{13}\nu_e - \nu_\mu + \nu_\tau)/\sqrt{2.x}$$

- Atmosphärisches $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ Auftauchen und

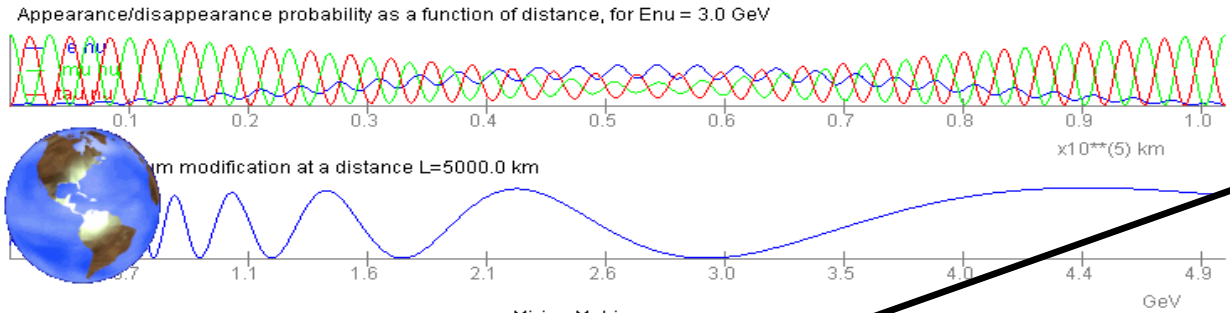
- Reaktor $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau + \bar{\nu}_\mu$ Verschwinden

- langsam *direkt* über Δm_{12} (schwache Federn)
- schnell moduliert *indirekt* über $\nu_\tau - \nu_\mu$ mit Δm_{23} (starke Feder)



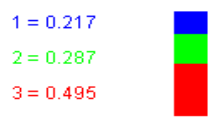
Interactive Neutrino Oscillation Laboratory

Three Generations Neutrino Oscillations Adam Para, Fermilab



$$\sin \theta_{13} = 0.1$$

$$\sin^2 2\theta_{13} = 0.04$$



composition of the initial neutrino in terms of mass eigenstates

Mixing Matrix		
0.812	0.574	0.099
-0.46	0.536	0.703
0.350	-0.61	0.703
1	2	3

e
mu
tau



composition of the 3.0 GeV flux at 5000. km in terms of flavor states

e = 0.029
mu = 0
tau = 0.970

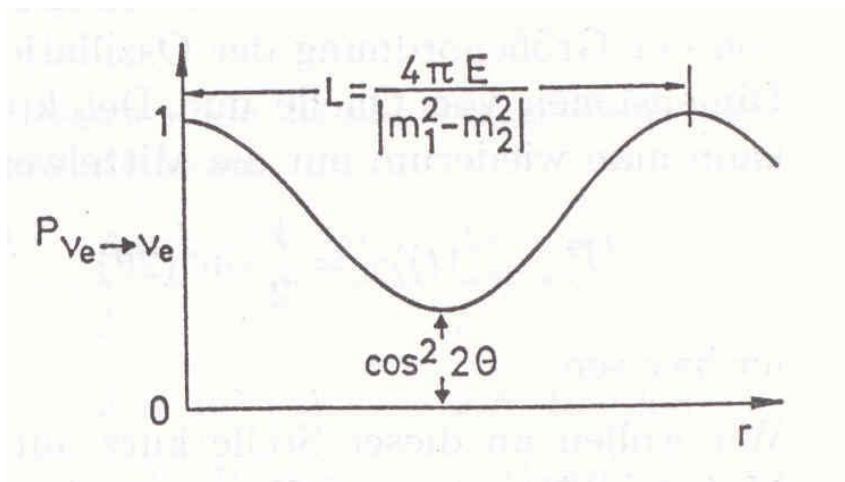
$\Delta m_{23}^2 = 2451 \pm 32 \text{ meV}^2$	$\Delta m_{13}^2 = 2525 \pm 32 \text{ meV}^2$	$\Delta m_{12}^2 = 74 \pm 2 \text{ meV}^2$
„schnelle“ Oszillation		„langsame“ Oszillation
$L_{23} \approx 1 \text{ km} \times E(\text{MeV})$		$L_{12} \approx 33 \text{ km} \times E(\text{MeV})$
$\theta_{23} = 49.7^\circ \pm 1.1^\circ$	$\theta_{13} = 8.6^\circ \pm 0.1^\circ$	$\theta_{12} = 33.8^\circ \pm 0.8^\circ$

$\Theta_{\text{atmos, beam}}$

$\Theta_{13, \text{ reactor}}$

$\Theta_{\text{solar, reactor}}$

❖ Gemessen aus Amplitude und Oszillationslänge der Schwebung

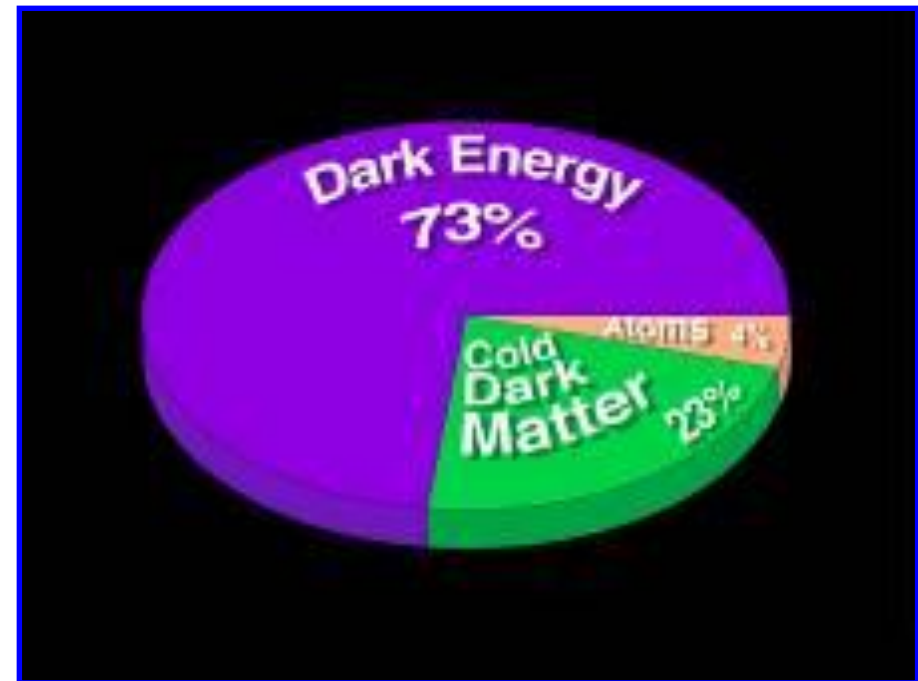


$$L_{ij} = 2.48 \text{ m} \frac{E(\text{MeV})}{\Delta m_{ij}^2(\text{eV}^2)}$$

5. Neutrinos als “Dunklen Materie”



- Nur 4-5 % des Universums ist “normale” atomare Materie
- Ca. 23% ist unbekannte “Dunkle Materie”
(weakly interacting massive particles = WIMPs)
 - Elektrisch Neutral
 - Nur schwache Wechselwirkung
- Noch rätselhafter:
 - Dunkle Energie

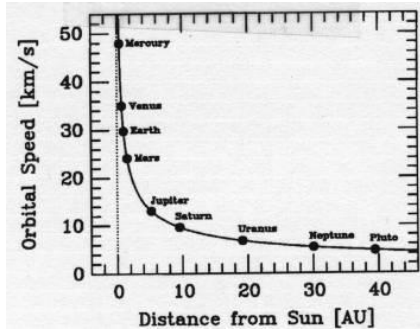


NASA/WMAP Science Team

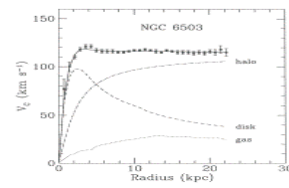
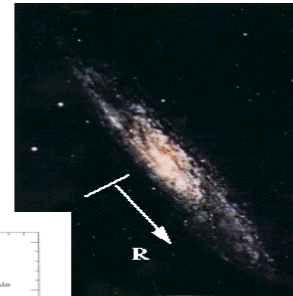
Viele unabhängige Hinweise



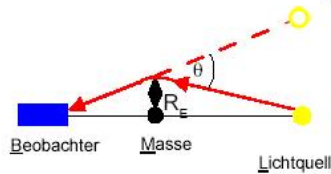
Rotationsgeschwindigkeit der Planeten um die Sonne



im Kontrast zu ... Rotationsgeschwind. der Sterne um das Galaxienzentrum

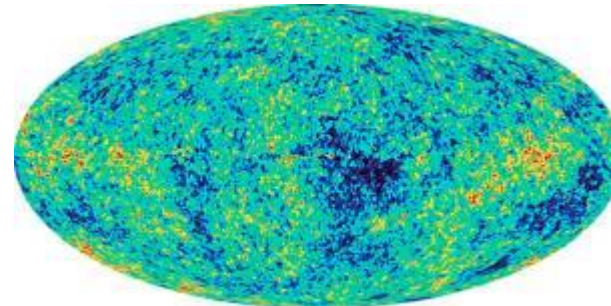


„Gravitationslinsen“: Lichtstrahlen werden durch Materie abgelenkt



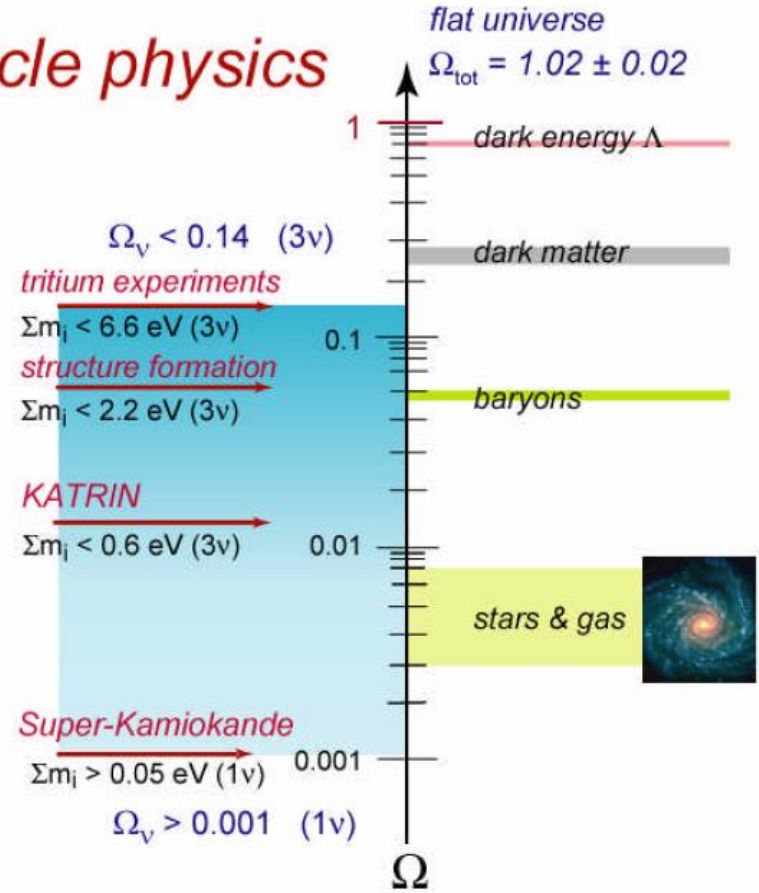
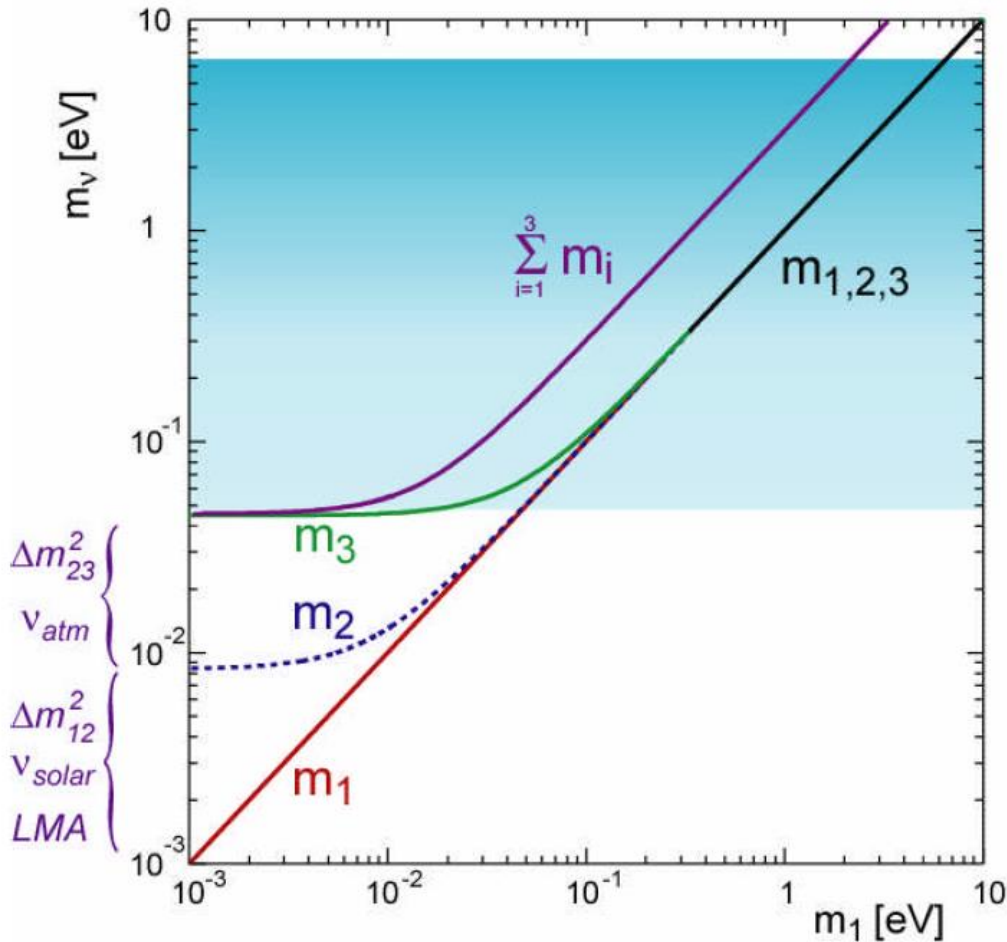
Clowe *et al.* (2006)

- Kollision von Galaxienclustern (Chandra Satellit)
- Ursprüngliche Häufigkeit von Kernen
- Strukturbildung im Universum
- Kosmische Hintergrundstrahlung
- ...



ν -masses in cosmology & particle physics

neutrino mass and hot dark matter



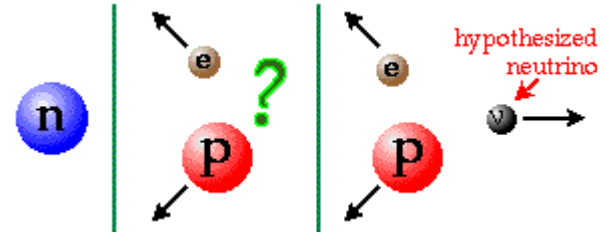
$$\Omega_\nu h^2 = \Sigma m_\nu / 93.5 \text{ eV}$$

Sind Neutrinos die „Dunkle Materie“?



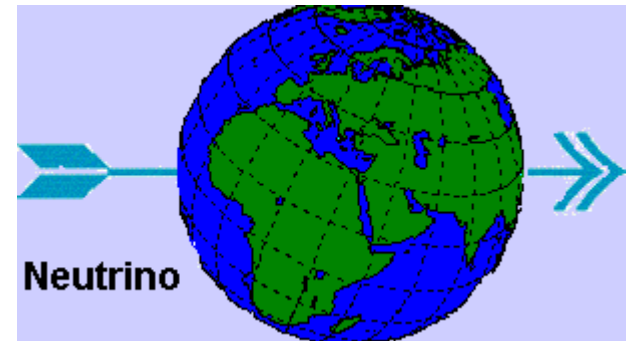
1930: theoretische Einführung
(Pauli)

1956: experimentelle
Entdeckung
(Cowan und Reines)



Neutrinos: „Singles“ des Universums

- schwach wechselwirkend:
999.999.999 von 1.000.000.000
schaffen Erddurchquerung
- im Universum ziemlich verbreitet:
366.000.000 Neutrinos / m³
im Vergleich zu 0,2 Protonen / m³



● → hätten wesentlichen Beitrag zu Dunkler Materie,
selbst wenn 1.000.000.000 Mal leichter als Protonen!!!

Inzwischen klar: sie sind noch leichter!

Erklären nur zwischen 0,5% und 15% der dunklen Materie

Zusammenfassung



- Neutrinos entstehen als Mischung von Masseneigenzuständen und oszillieren analog zu Schwebungen bei Akustik und Pendeln
- Man misst die jeweiligen Mischungsanteile (- Winkel) über die Schwebungsamplituden
- Man misst die **Differenz** der Massenquadrate über die Schwebungsfrequenzen (Oszillationslängen)
- Um die Massen **aller** Neutrinos ausrechnen zu können, braucht man die direkte Messung **einer** Masse
 - KATRIN Experiment will 200 meV/c² Sensitivität für ν_e erreichen
 - Das $\nu_e = (\sqrt{2}\nu_1 - \nu_2 + 0.25\nu_3)/\sqrt{3}$ könnte aber bis 4meV/c² leicht sein