

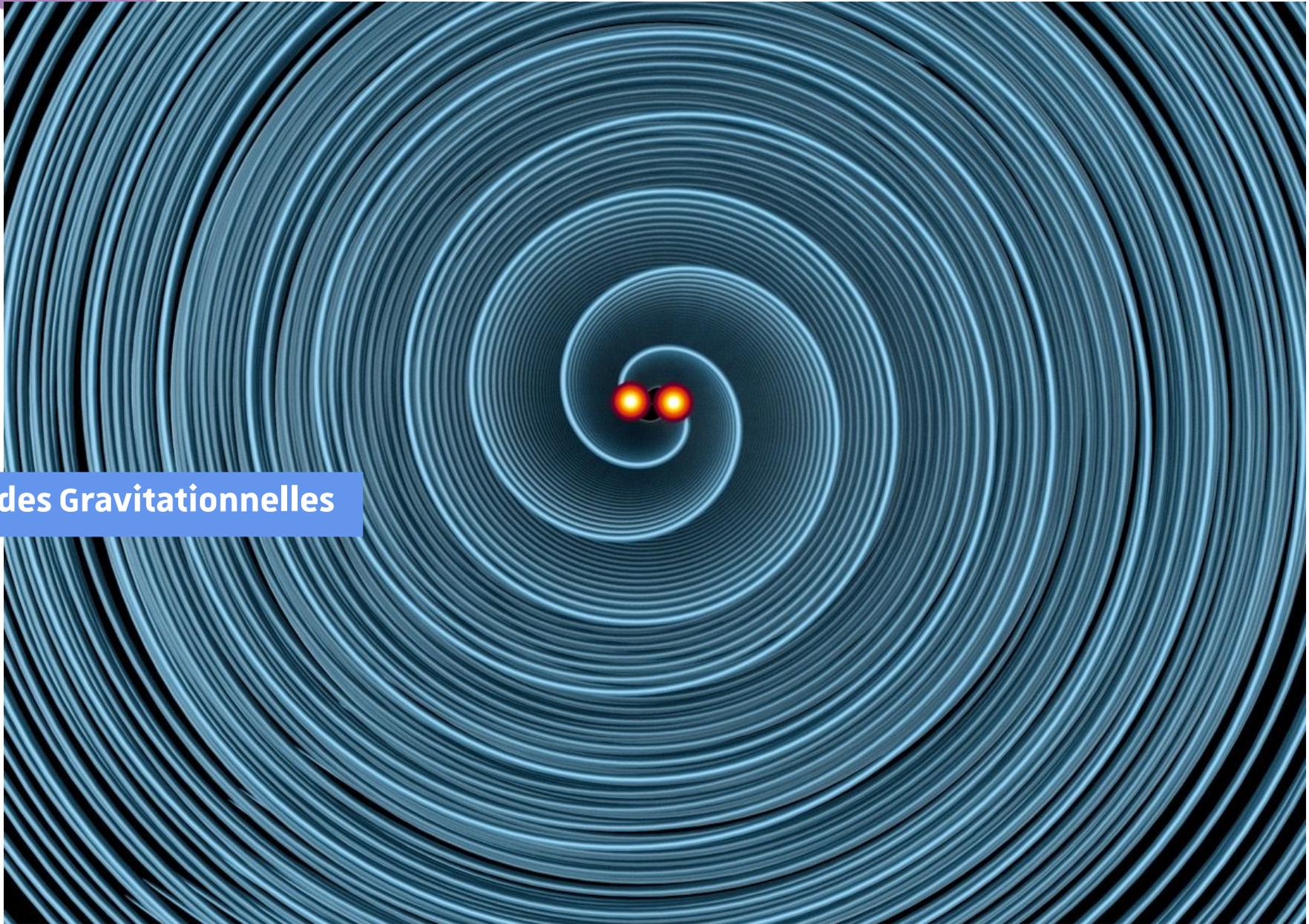
LA GRAVITATION

Mesurer et Peser la Terre

Thierry Pradier
thierry.pradier@iphc.cnrs.fr

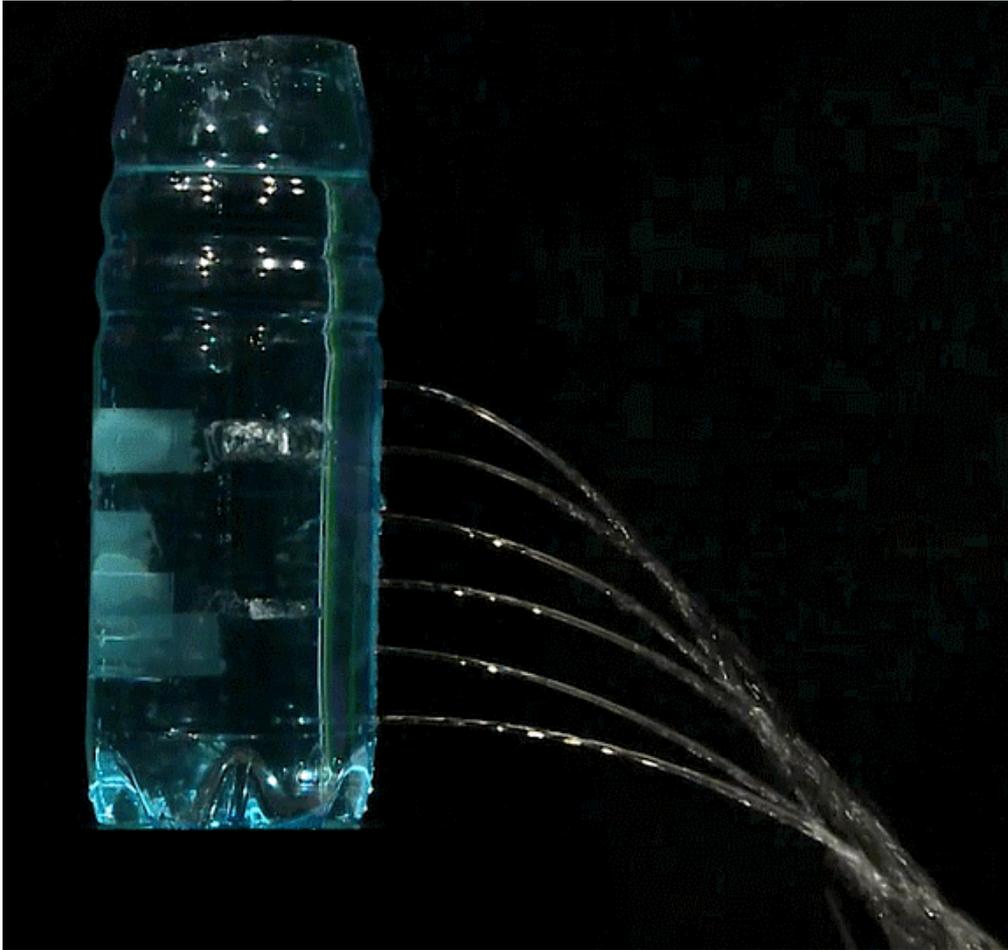


Ondes Gravitationnelles



INTRODUCTION

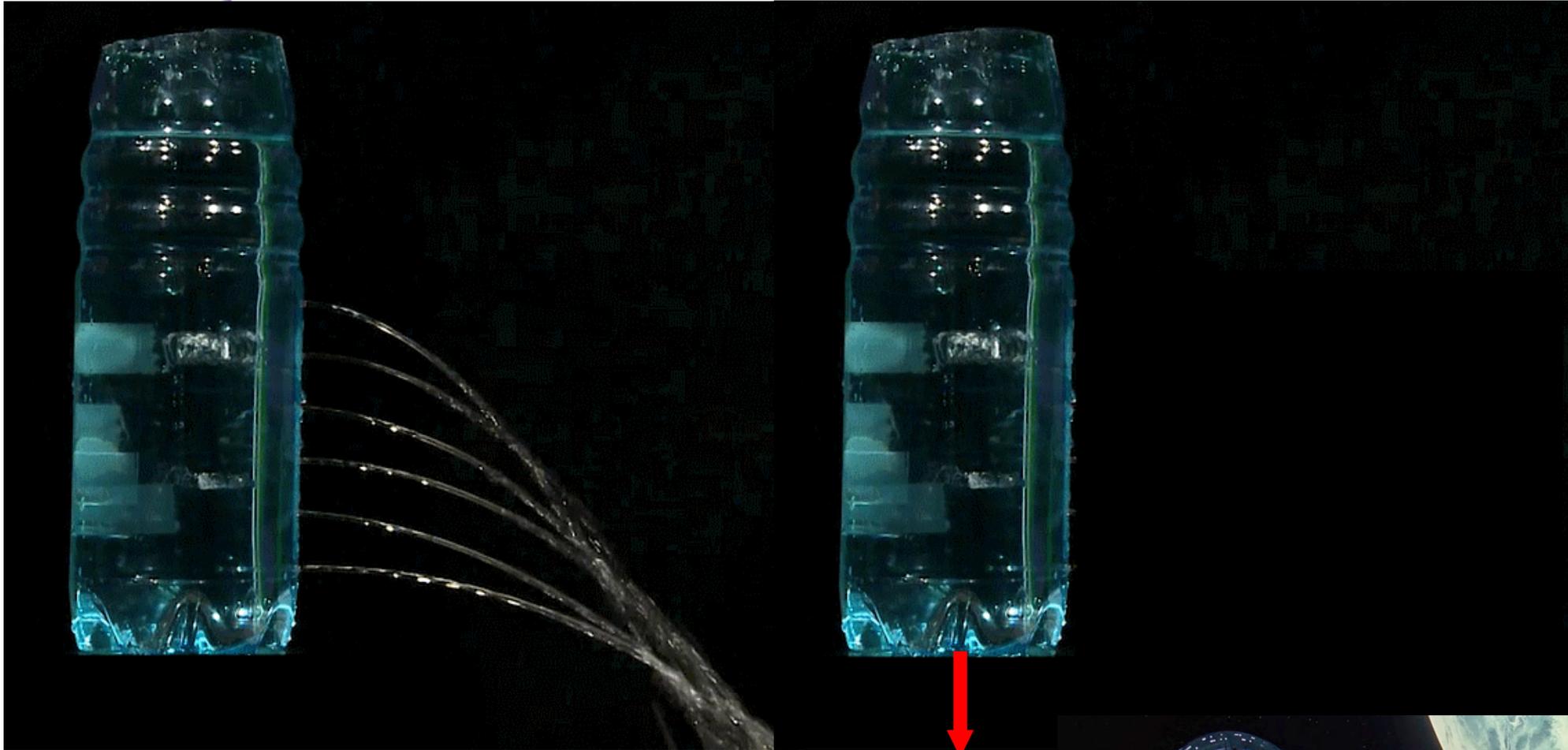
La Gravitation en action



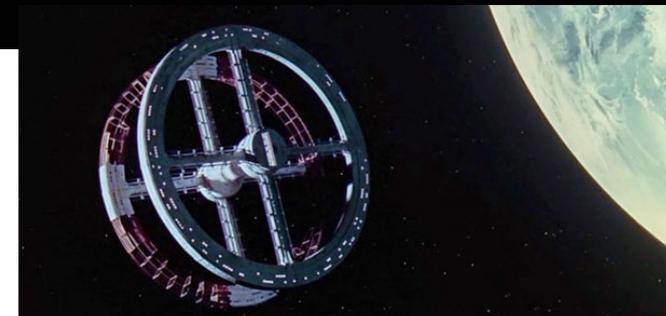
Que se passe-t-il si on laisse tomber la bouteille ?

INTRODUCTION

La Gravitation en action



En chute libre, l'effet de la gravité est annulée !
→ l'eau ne coule plus !
→ Gravité = accélération !



Vrai ou faux ?

gravity

is a

bitch

Vu dans un magasin à Strasbourg

the fatter you are, the faster you fall :)

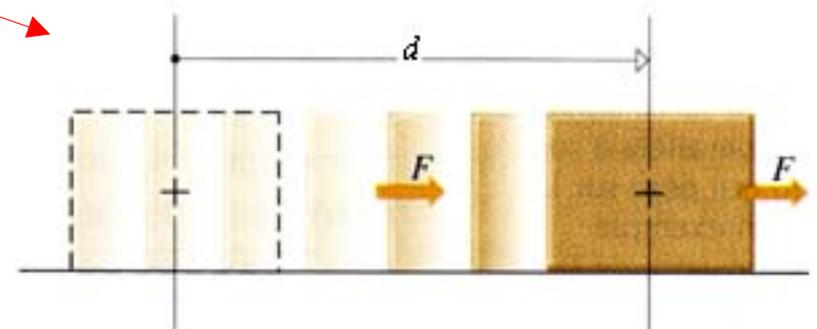
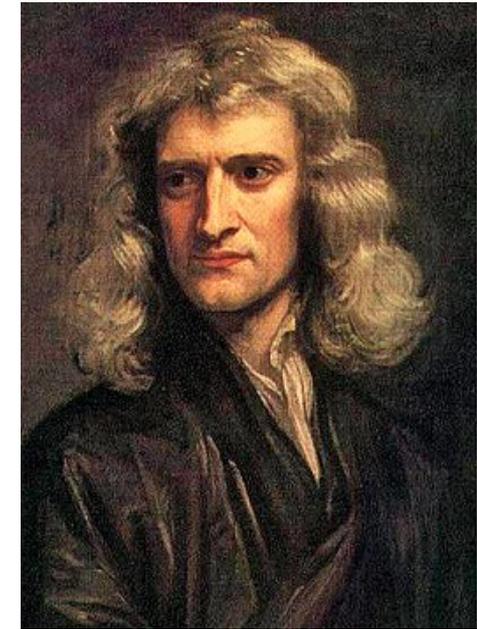
- Surface $[S] = L^2$
- Volume $[V] = L^3$
- Vitesse $[v] = L/T = L.T^{-1}$
- Accélération $[a] = \left[\frac{\Delta v}{\Delta t}\right] = L.T^{-2}$
- Force $[F] = [m.a] = M.L.T^{-2}$
- Pression $[P] = \text{force/surface} = M.L^{-1}.T^{-2}$
- Energie $[E] = \text{force} \times \text{longueur} = M.L^2.T^{-2}$

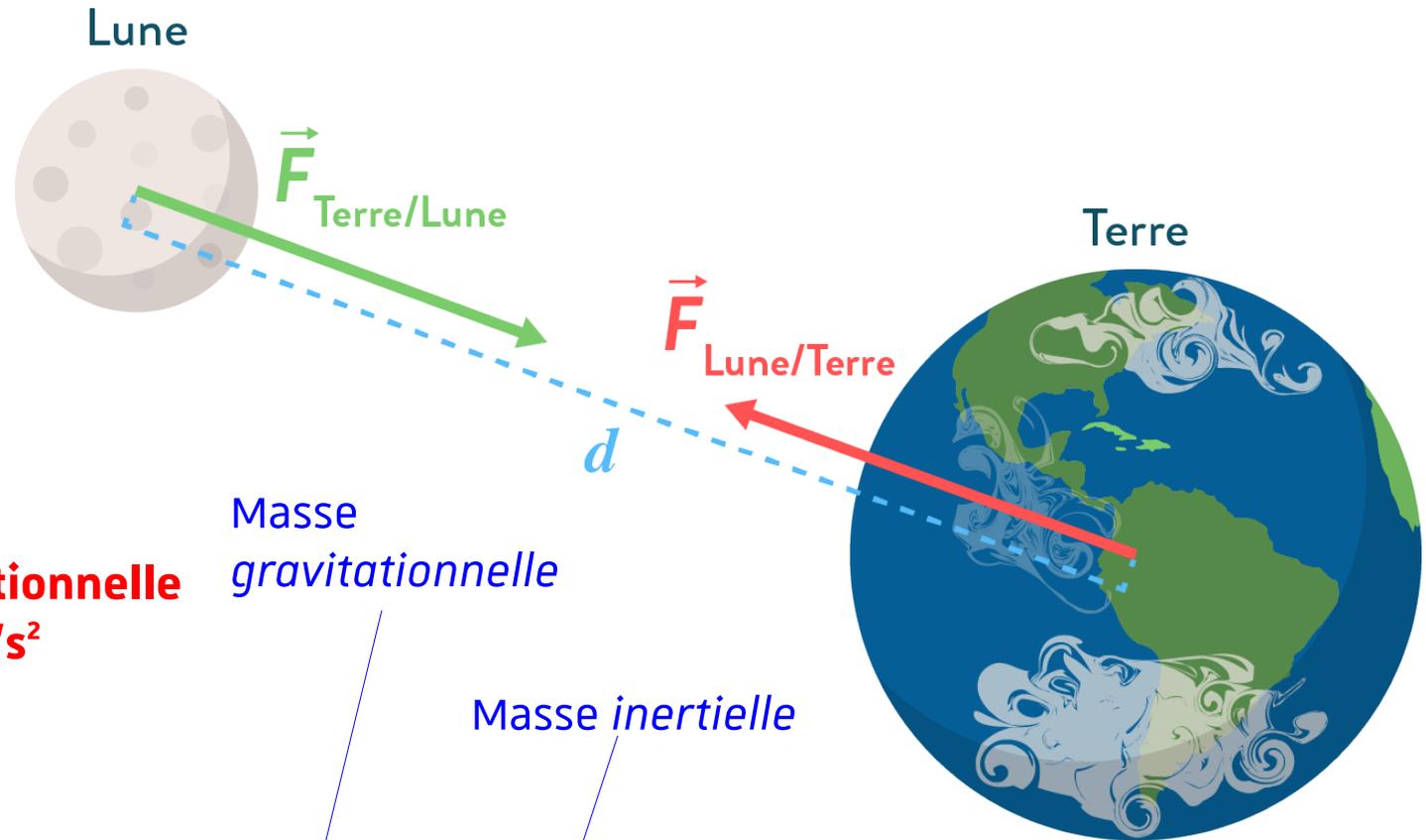
Somme des forces
appliquées (N)

Accélération de
l'objet en m/s^2

$$\sum f = m \cdot a$$

Masse de l'objet en
kilogramme (kg)





Constante Gravitationnelle
 $G \sim 7 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}/\text{s}^2$

Masse
gravitationnelle

Masse inertielle

$$F_{\text{Terre/Moi}} = G \frac{M_{\text{Terre}} m}{R_{\text{Terre}}^2} = m_g \times g = m_i \times a \Rightarrow g = \frac{GM_{\text{Terre}}}{R_{\text{Terre}}^2} \text{ (si } m_i = m_g \text{)}$$

On peut mesurer :

- Soit directement g pour en déduire les autres paramètres (si certains sont supposés connus)
- Soit directement M_{Terre} , R_{Terre} , G etc

Comment construire une accélération à partir de M_T et R_T ?

$$[F] = M.L.T^{-2} = G m M_T R_T^{-2} \rightarrow [F] = M.L.T^{-2} = [G] M^2.L^{-2} \rightarrow [G] = L^3.M^{-1}.T^{-2} \rightarrow m^3.kg^{-1}.s^{-2}!$$

→ « Accélération de la pesanteur » sur corps m : Accélération = $\frac{GM}{\text{distance}^2}$
 → **indépendante de la masse m**

Principe d'Equivalence *faible*



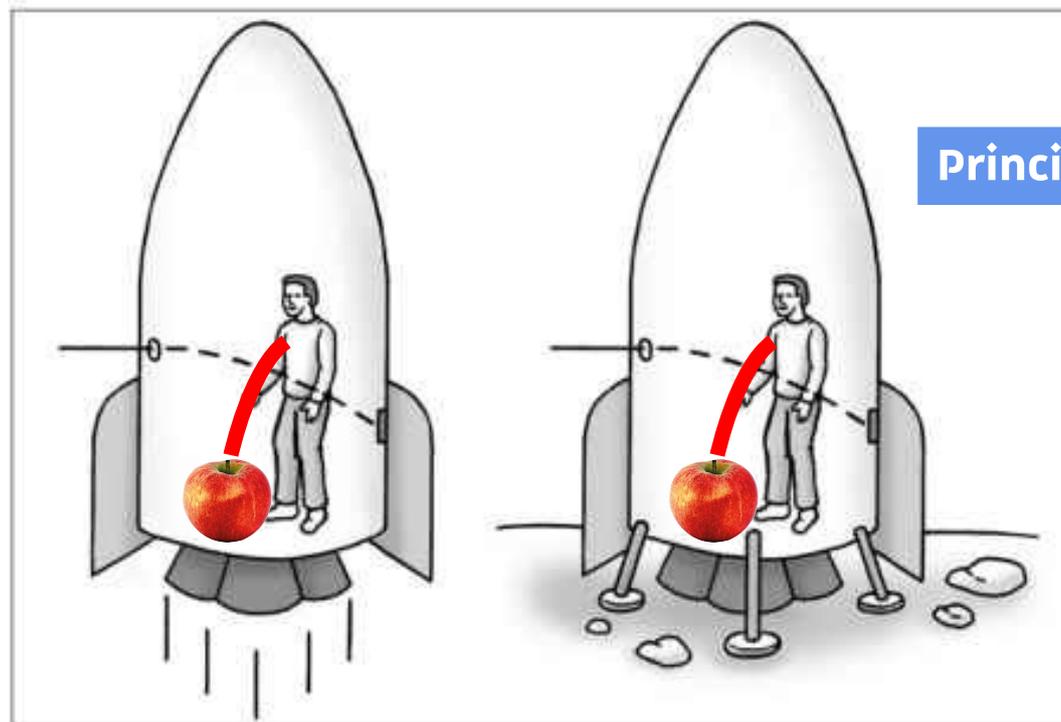
Apollo 15, 1971

~~gravity
is a
bitch~~
the fatter you are, the faster you fall :)

Comment construire une accélération à partir de M_T et R_T ?

$$[F] = M.L.T^{-2} = G m M_T R_T^{-2} \rightarrow [F] = M.L.T^{-2} = [G] M^2.L^{-2} \rightarrow [G] = L^3.M^{-1}.T^{-2} \rightarrow m^3.kg^{-1}.s^{-2}!$$

→ « Accélération de la pesanteur » sur corps m : Accélération = $\frac{GM}{\text{distance}^2}$
 → **indépendante de la masse m**



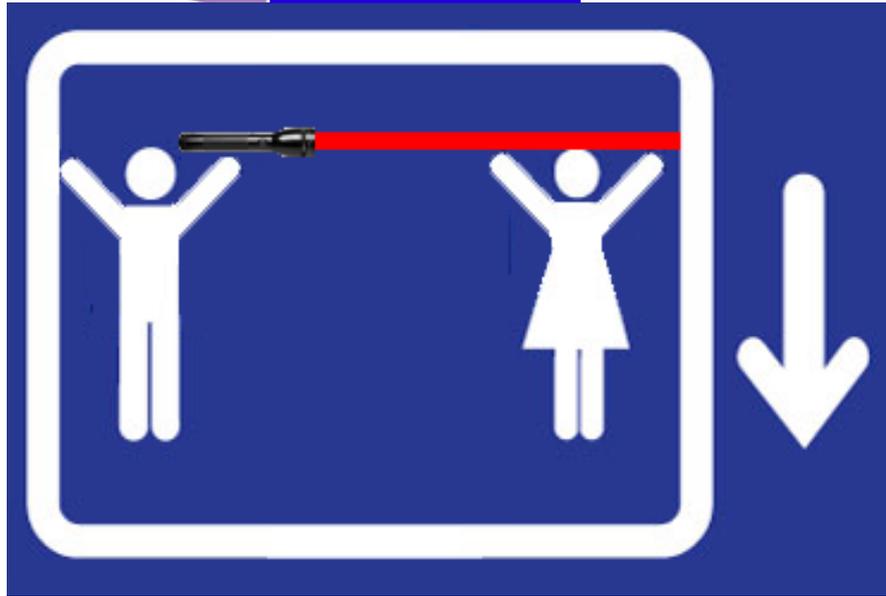
Principe d'Equivalence fort

**Impossibilité de distinguer un champ gravitationnel d'un mouvement
(Relativité Générale)**

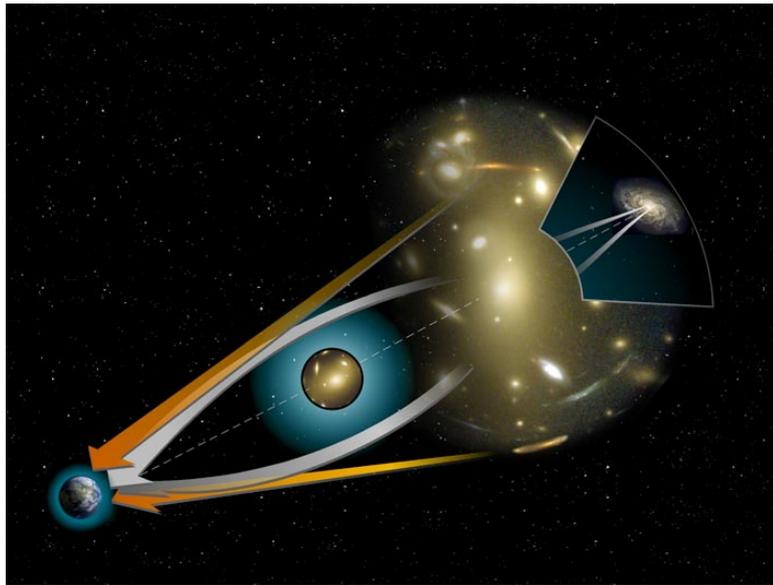
INTRODUCTION

FORCE GRAVITATIONNELLE – « POIDS » ET « MASSES »

De l'intérieur



De l'extérieur

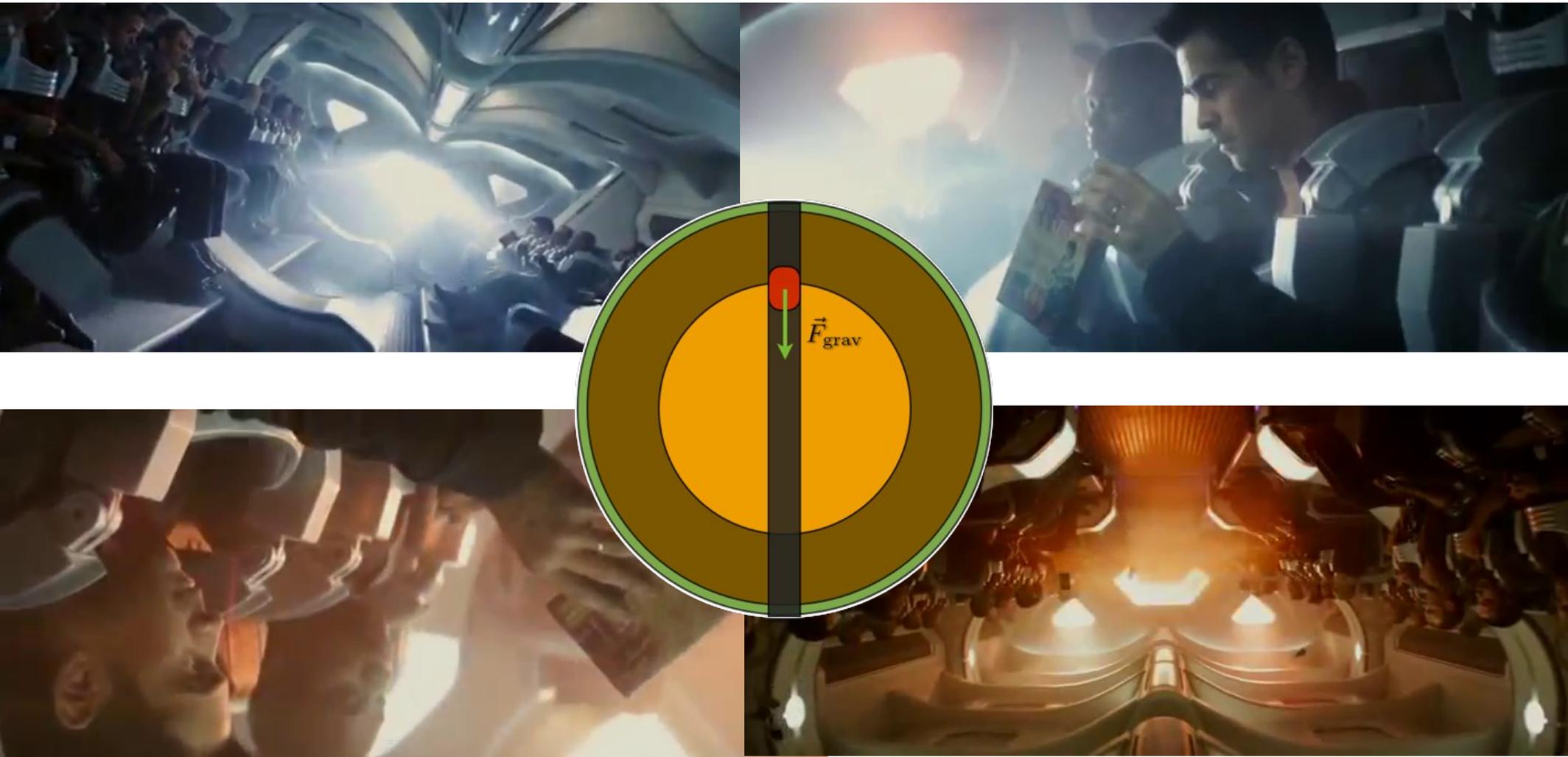


La lumière aussi est soumise à la Gravitation !
→ la matière perturbe l'*espace-temps*
(lumière = *temps* le plus court entre 2 points de l'*espace*)

→ Effet de *Lentille Gravitationnelle*
→ *Ondes Gravitationnelles*

INTRODUCTION

«IMPESANTEUR » ET « MICROGRAVITÉ »

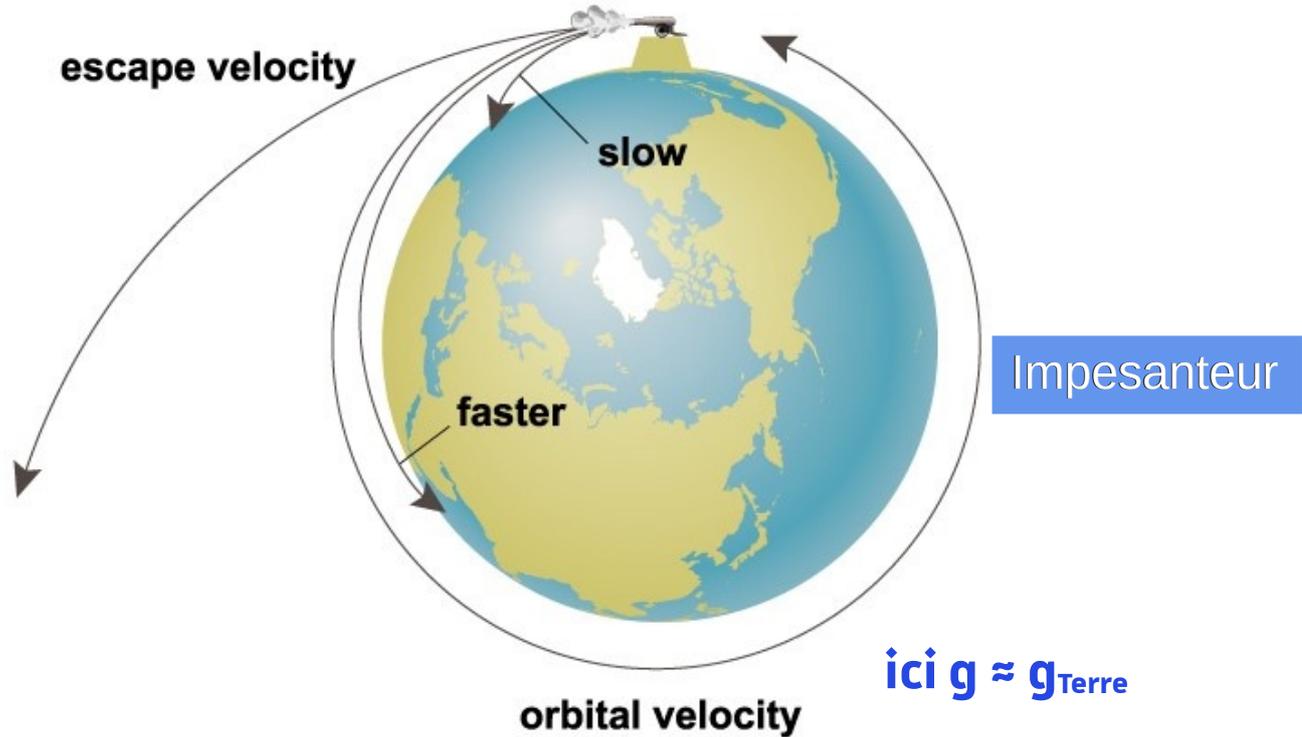
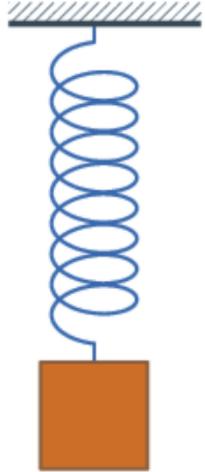
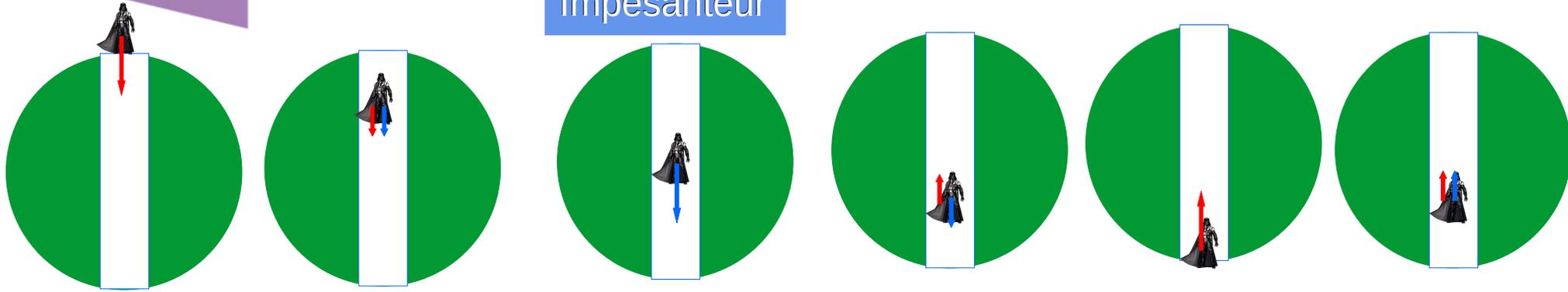


Total Recall, 2012

INTRODUCTION

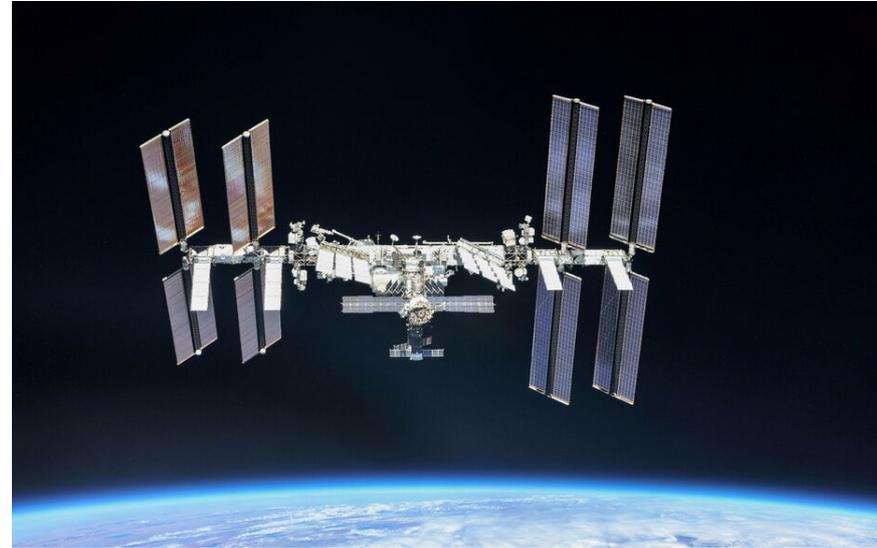
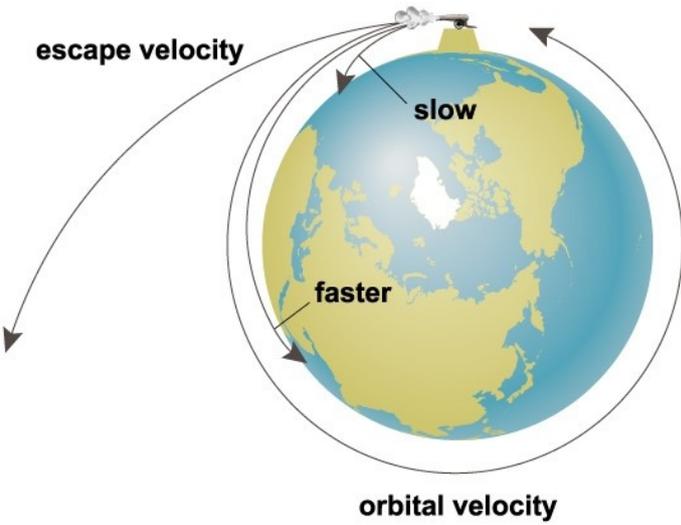
«IMPESANTEUR » ET « MICROGRAVITÉ »

Impesanteur



INTRODUCTION

«IMPESANTEUR » ET « MICROGRAVITÉ »



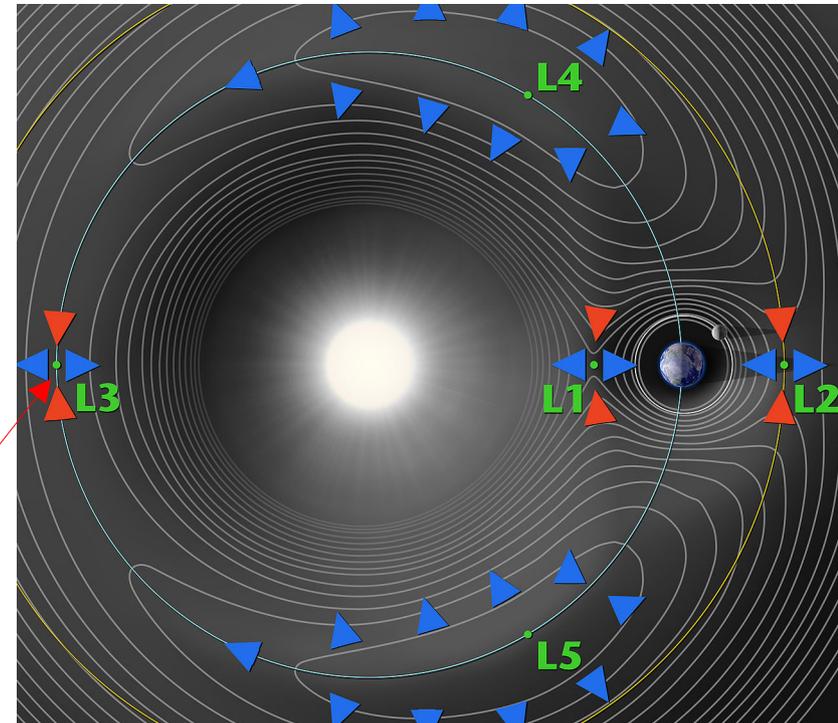
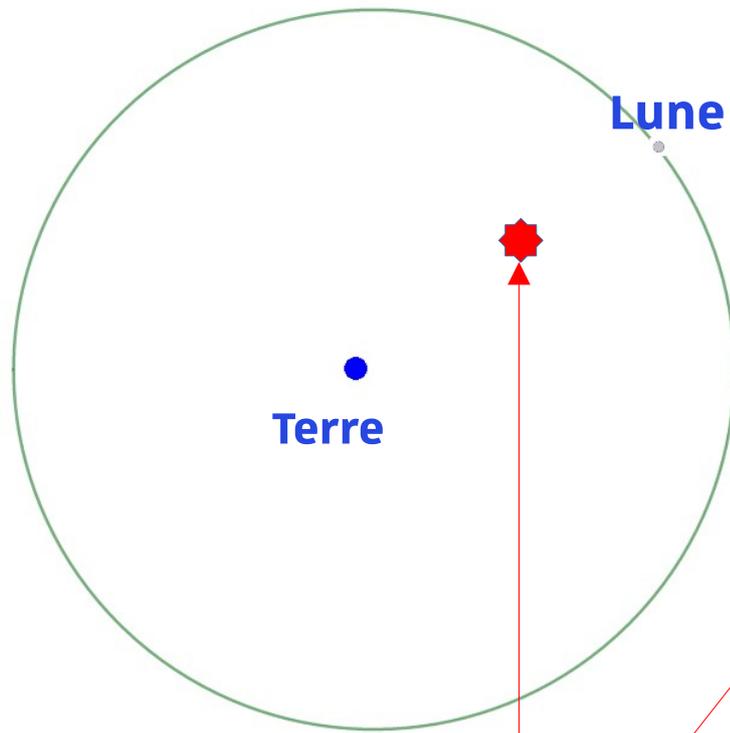
Impesanteur

ici $g \approx g_{\text{Terre}}$



INTRODUCTION

«IMPESANTEUR » ET « MICROGRAVITÉ »



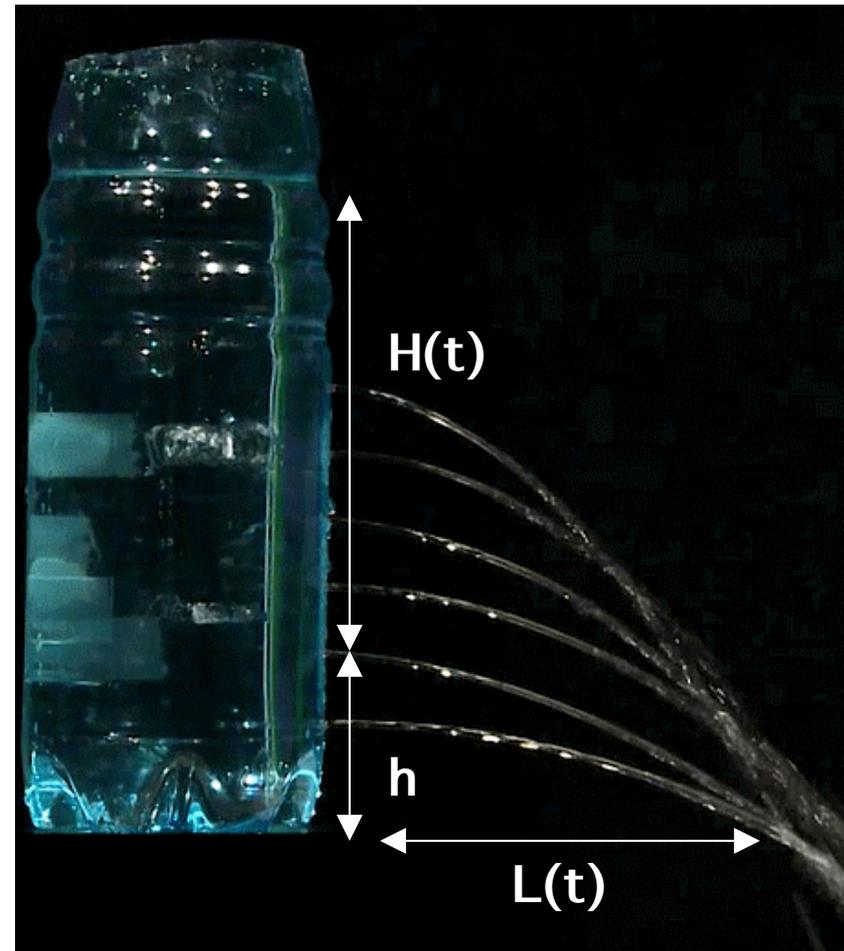
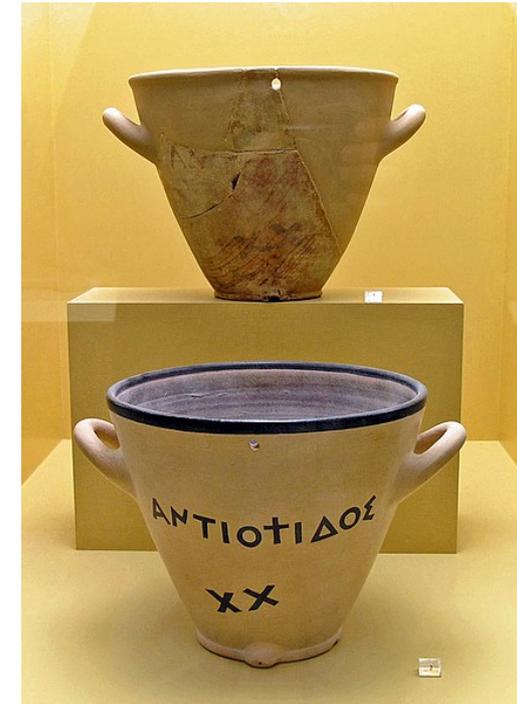
Microgravité

ici $g < 0.1 \times g_{\text{Terre}}$

« Clepsydre »

$$v(t) = \sqrt{2gH(t)}$$

$$L(t) = 2\sqrt{hH(t)}$$

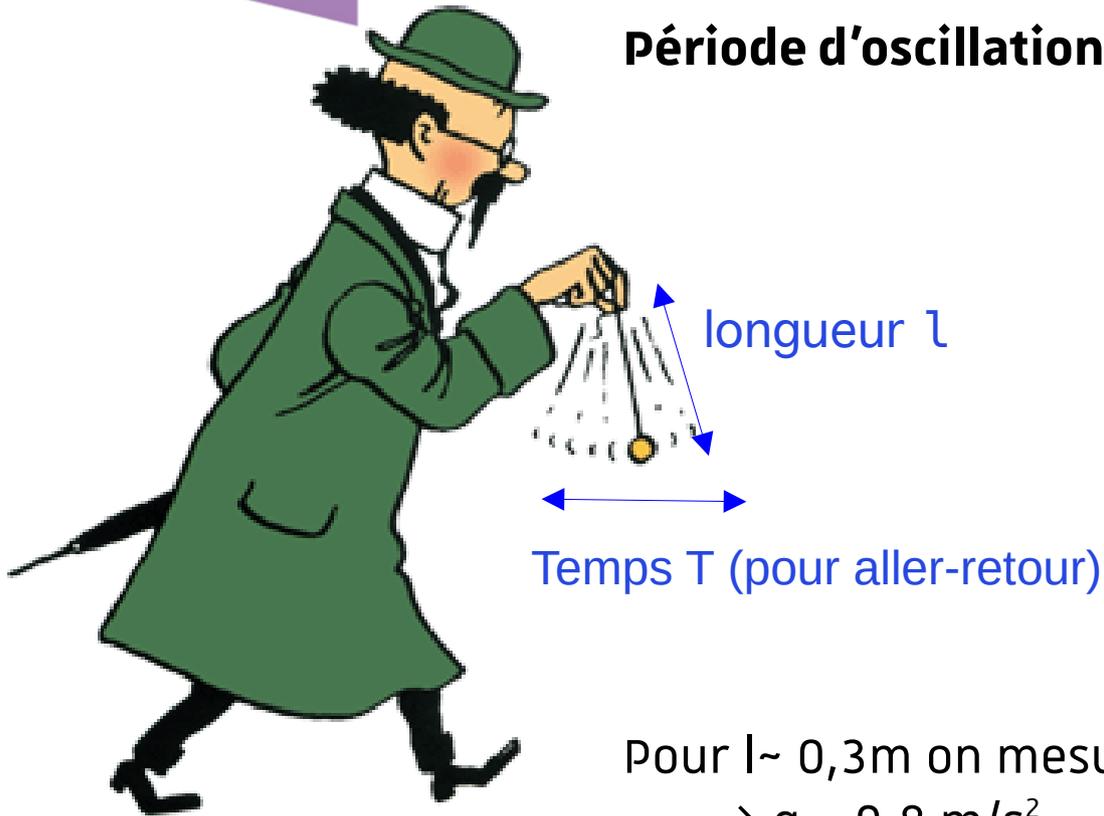


Or, on a vu que :

$$g = \frac{GM_{\text{Terre}}}{R_{\text{Terre}}^2}$$

→ Si l'on connaît G et R_{Terre} on en déduit M_{Terre}
(et réciproquement)

Période d'oscillation du pendule de Tournesol



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Pour $l \sim 0,3\text{m}$ on mesure un temps $T \sim 1,1\text{ s}$
 $\rightarrow g \sim 9,8\text{ m/s}^2$

Or, on a vu que :

$$g = \frac{GM_{\text{Terre}}}{R_{\text{Terre}}^2}$$

\rightarrow Si l'on connaît G et R_{Terre} on en déduit M_{Terre}
 (et réciproquement)

Période d'oscillation du pendule de Tournesol

1- $T = f(\text{angle}, m, l, g)$

$$T = \text{Angle}^a M^b L^c (L \cdot T^{-2})^d = M^b L^{c+d} T^{-2d} = M^0 L^0 T^1$$

→ $b = 0$!

→ $-2d = 1 \rightarrow d = -1/2$

→ $c+d = c-1/2 = 0 \rightarrow c = 1/2$

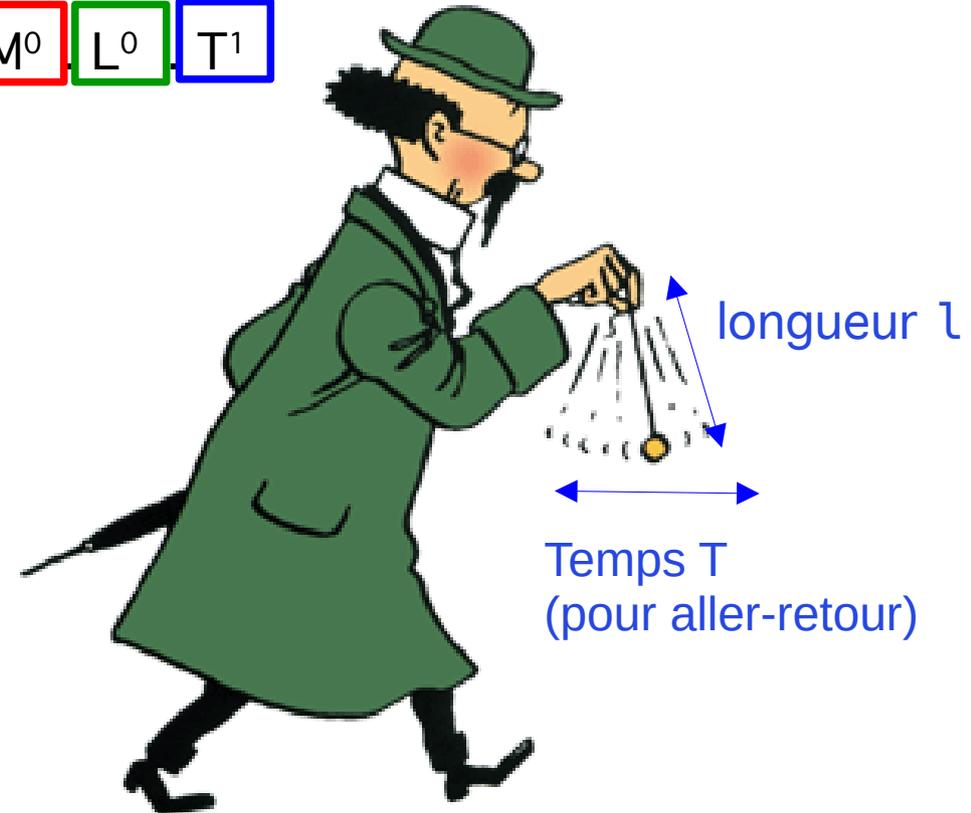
$$T \propto \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ ou } T \sqrt{\frac{g}{l}} = \text{constante}$$

2- 5 paramètres, 3 dimensions (M,L,T)

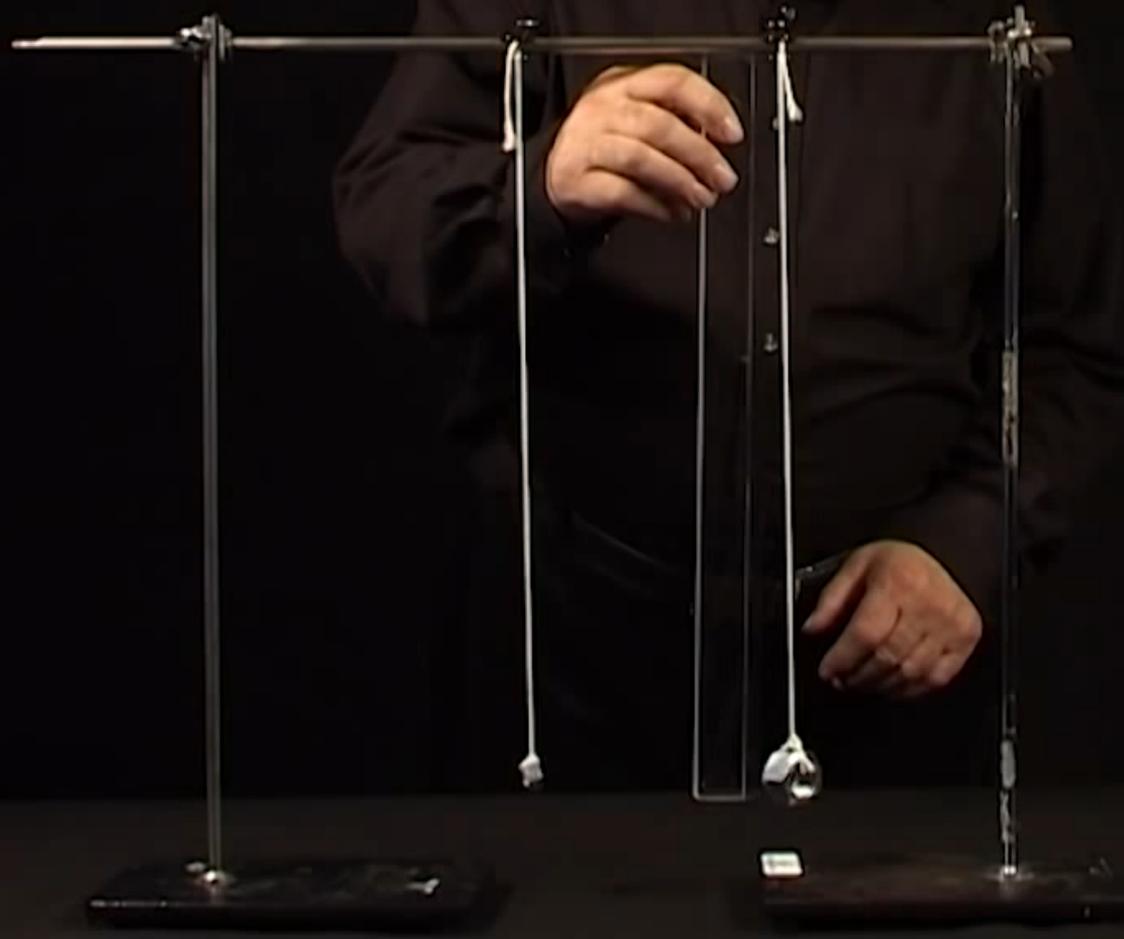
→ 2 nombre sans dimensions : A + angle

→ $A = f(\text{angle})$

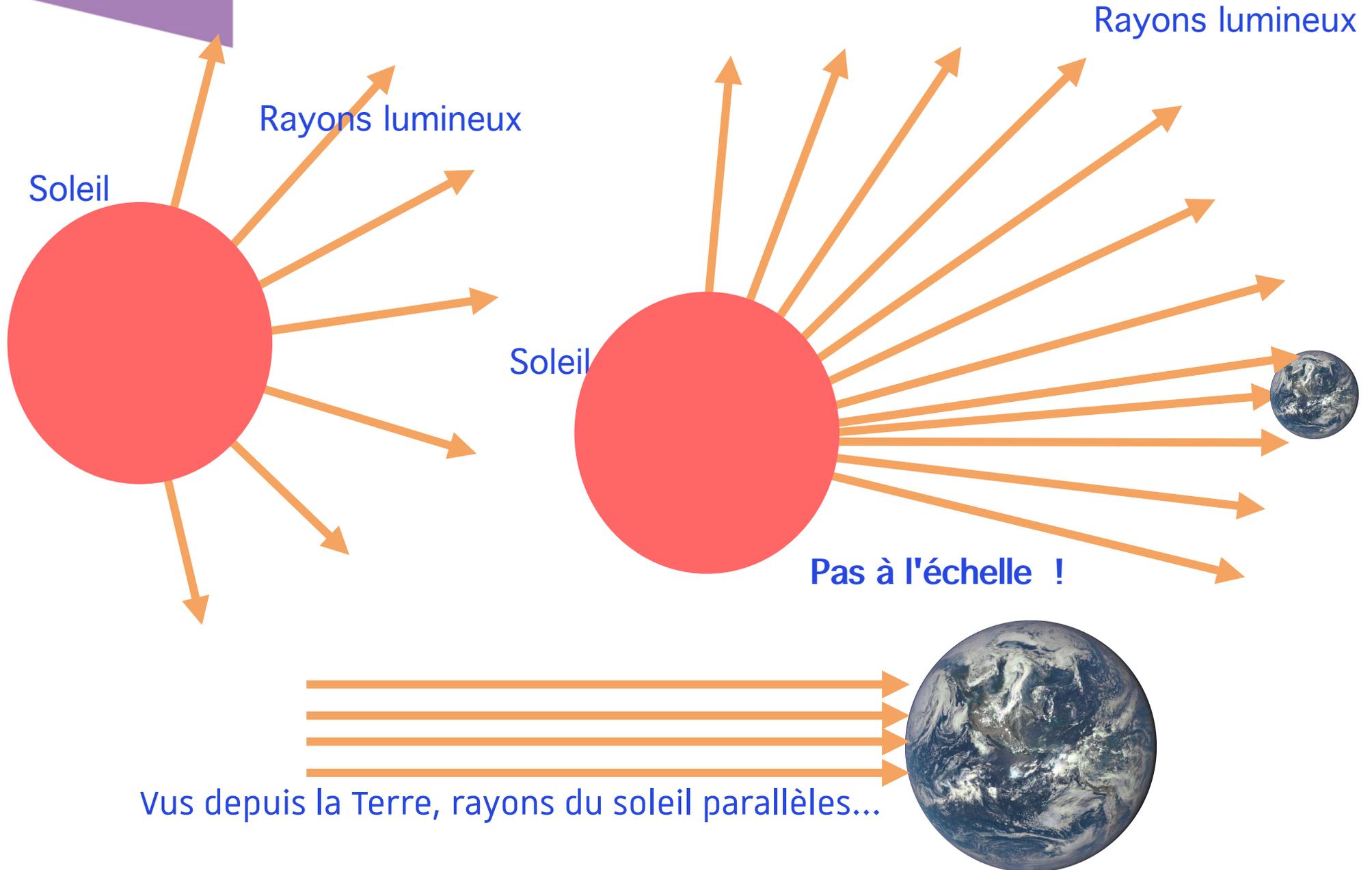
$$T \sqrt{\frac{g}{l}} = f(\text{angle})$$



Vérifions expérimentalement ce résultat !

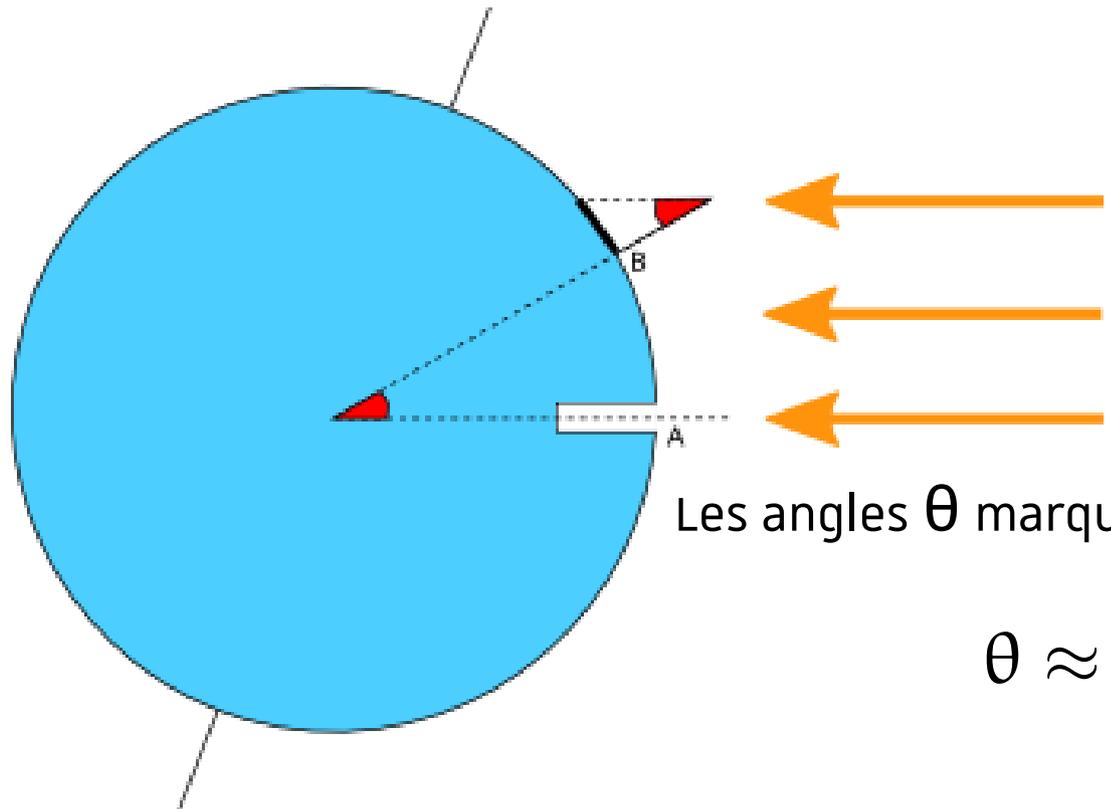


<http://phymain.unisciel.fr/periode-dun-pendule-simple/>
<https://www.youtube.com/watch?v=cONzBYLnOD8>



- A midi « solaire » à 2 endroits de la Terre (même méridien)
- un sur l'équateur, A (Soleil à la verticale à midi)
- l'autre B à une distance $d = AB$

Eratosthène, vers -250



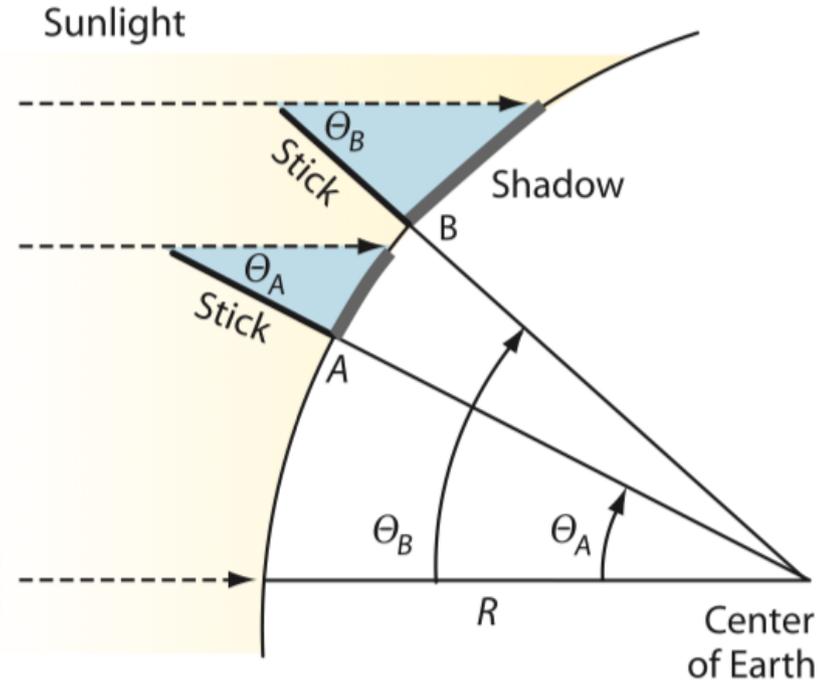
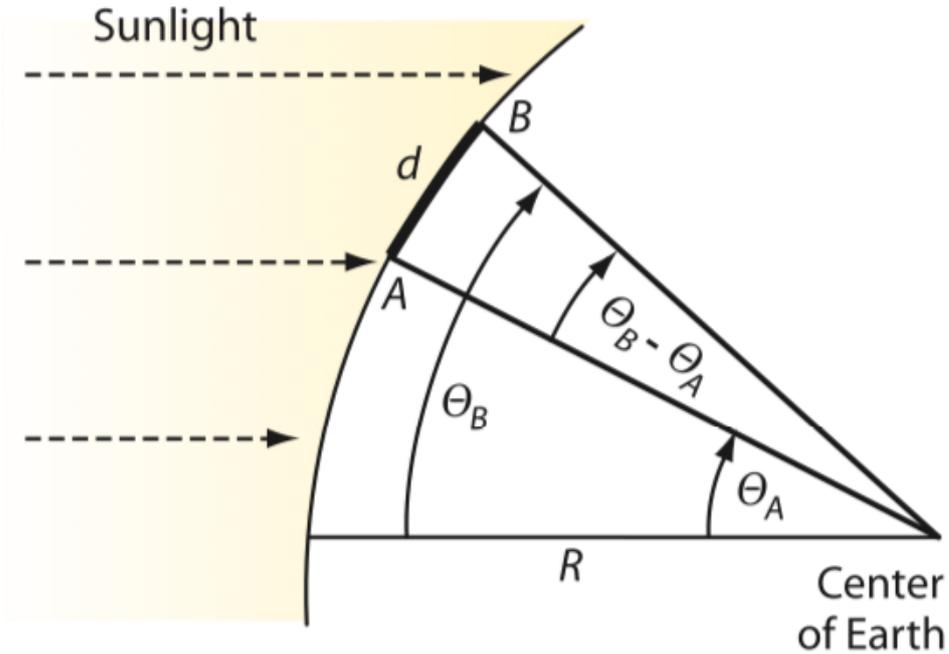
Soleil très très loin
(= « à l'infini »)
→ Rayons parallèles

Les angles θ marqués en rouge sont égaux !

$$\theta \approx \frac{AB}{R_{\text{Terre}}}$$

→ On en déduit R_{Terre} , et donc M_{Terre} par le pendule !

$$g = \frac{GM_{\text{Terre}}}{R_{\text{Terre}}^2}$$



WELCOME TO

ERATOSTHENES EXPERIMENT

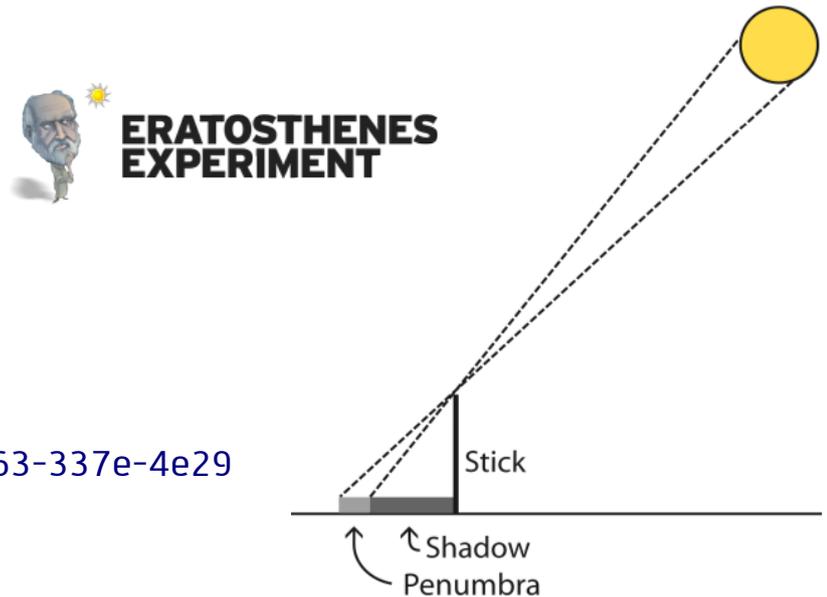
21.03.2022

LOGIN & SUBMIT YOUR DATA

An IAU100 endorsed project

IAU 100 YEARS 1919 - 2019

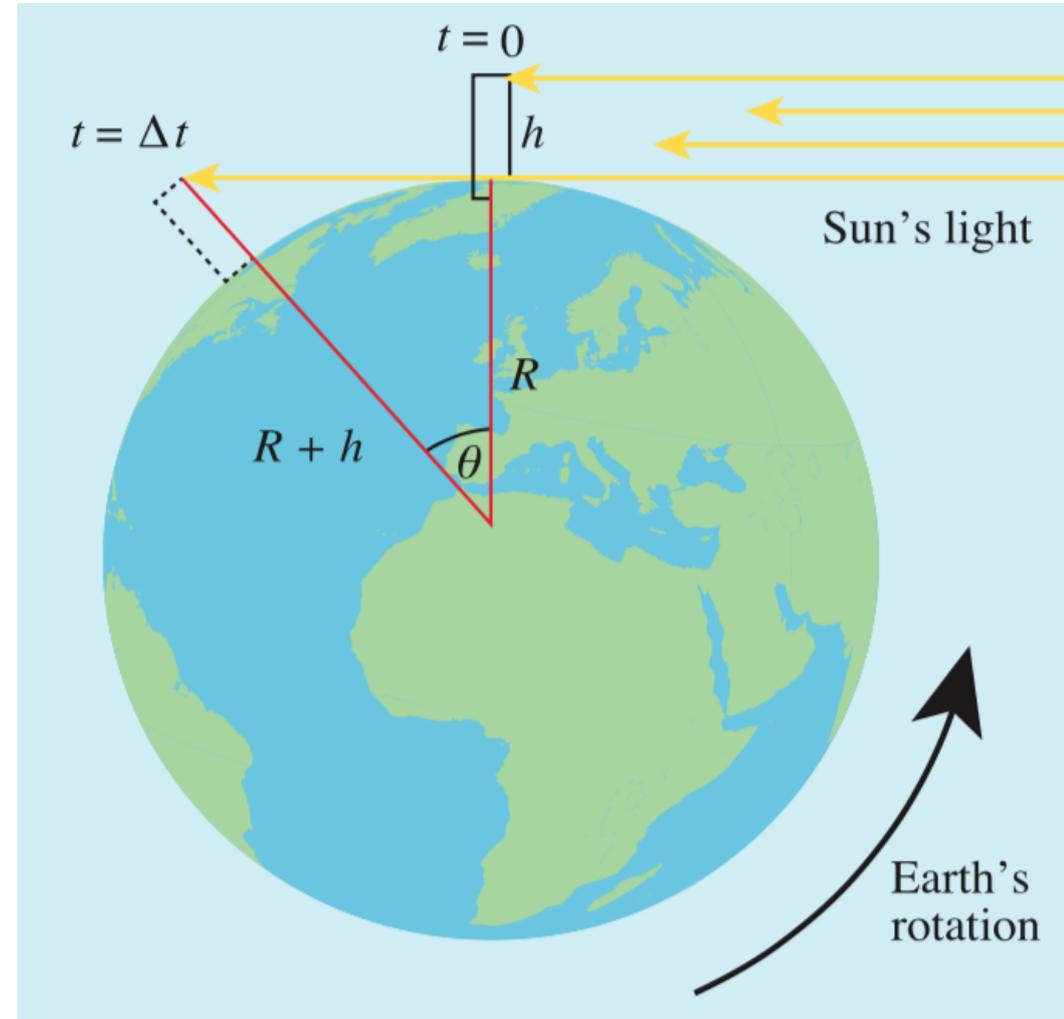
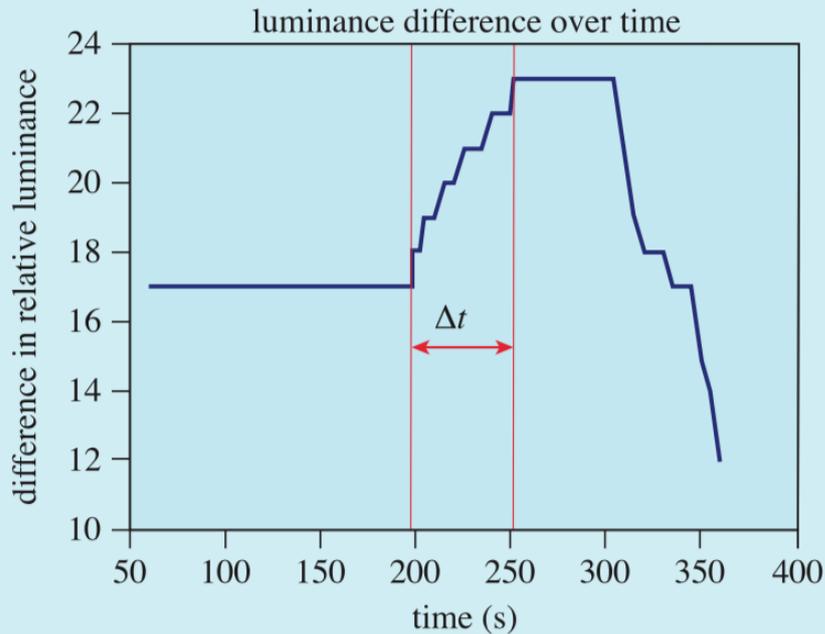
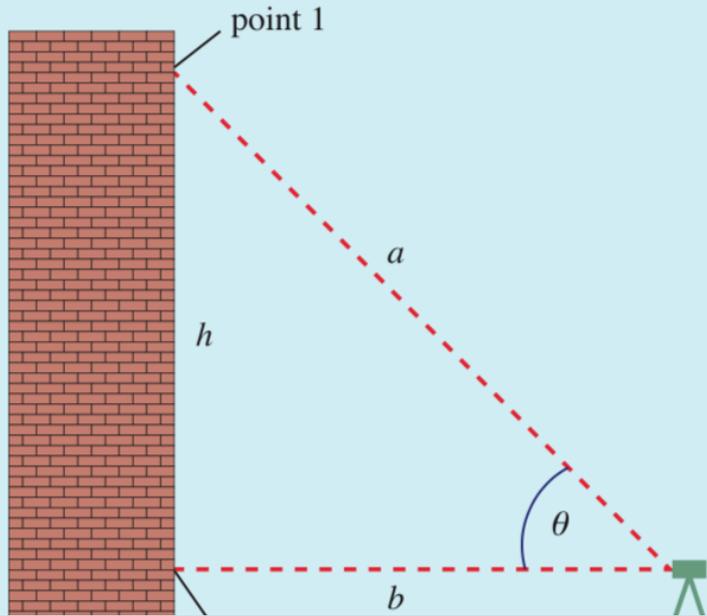
INTERNATIONAL ASTRONOMICAL UNION



<https://eratosthenes.ea.gr>

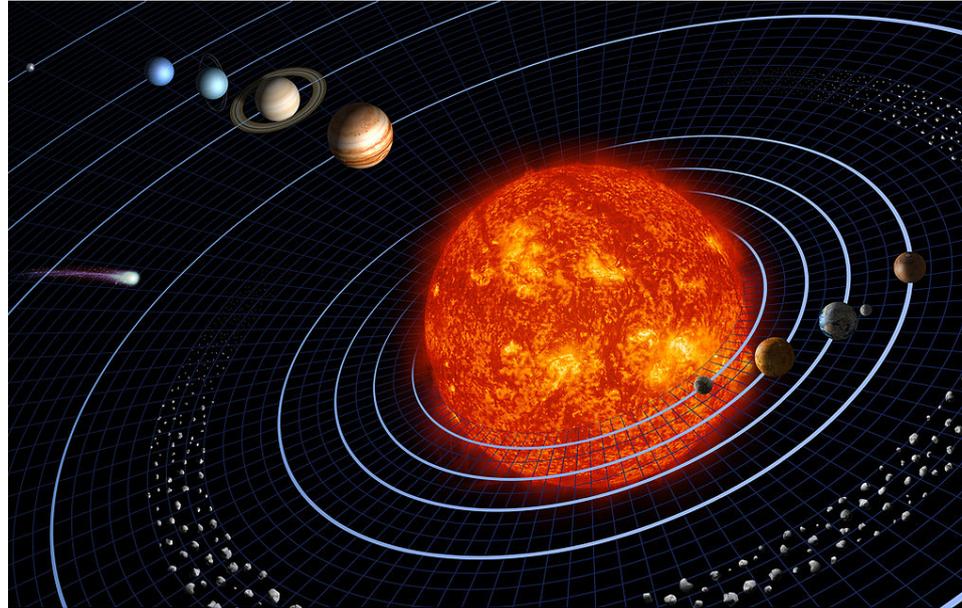
https://aniturri.hezkuntza.net/c/document_library/get_file?uuid=1e6e9f63-337e-4e29-83c1-87a8b0235c6c&groupId=68255

https://www.researchgate.net/publication/231032789-Eratosthenes'_teachings_with_a_globe_in_a_school_yard



https://www.researchgate.net/publication/260938582_Using_a_video_camera_to_measure_the_radius_of_the_Earth/link/57be9fad08aeda1ec3863b54/download

3ème loi de Képler : orbite due à la gravité terrestre/du Soleil !



5 paramètres : T, G, M, m, D

3 dimensions : M, L, T

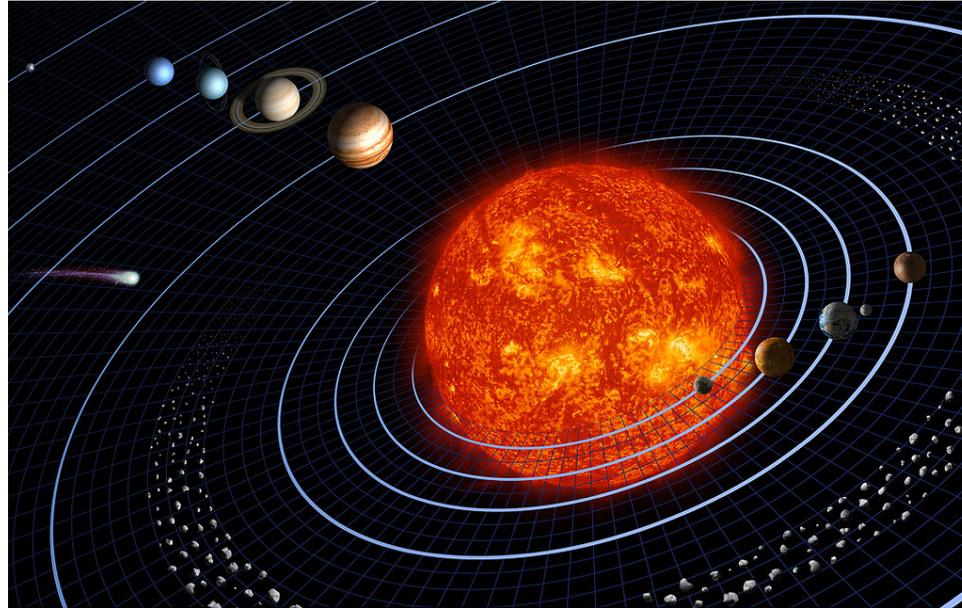
→ 2 nombres **sans dimensions, dont m/M (1)**

Quelle est la dimension de G : [G] ?

$$F = G.M.m/D^2 \rightarrow [G] = [F] L^2/M^2 \text{ avec } [F] = M.[a] = M.L.T^{-2}$$

$$\rightarrow [G] = M.L.T^{-2} \times L^2 \times M^{-2} = M^{-1}.L^3.T^{-2} \rightarrow \text{donc G en } \mathbf{kg^{-1}.m^3.s^{-2}}$$

3ème loi de Képler : orbite due à la gravité terrestre/du Soleil !



Comment faire un Temps à partir de : $M^{-1} \cdot L^3 \cdot T^{-2}$, M , L ?

$$T = T^1 = G^x M^y L^z = M^{-x} \cdot L^{3x} \cdot T^{-2x} \times M^y \times L^z = \boxed{M^{-x+y}} \cdot \boxed{L^{3x+z}} \cdot \boxed{T^{-2x}} = \boxed{M^0} \cdot \boxed{L^0} \cdot \boxed{T^1}$$

$$\rightarrow T : \boxed{1 = -2x} \rightarrow x = -1/2$$

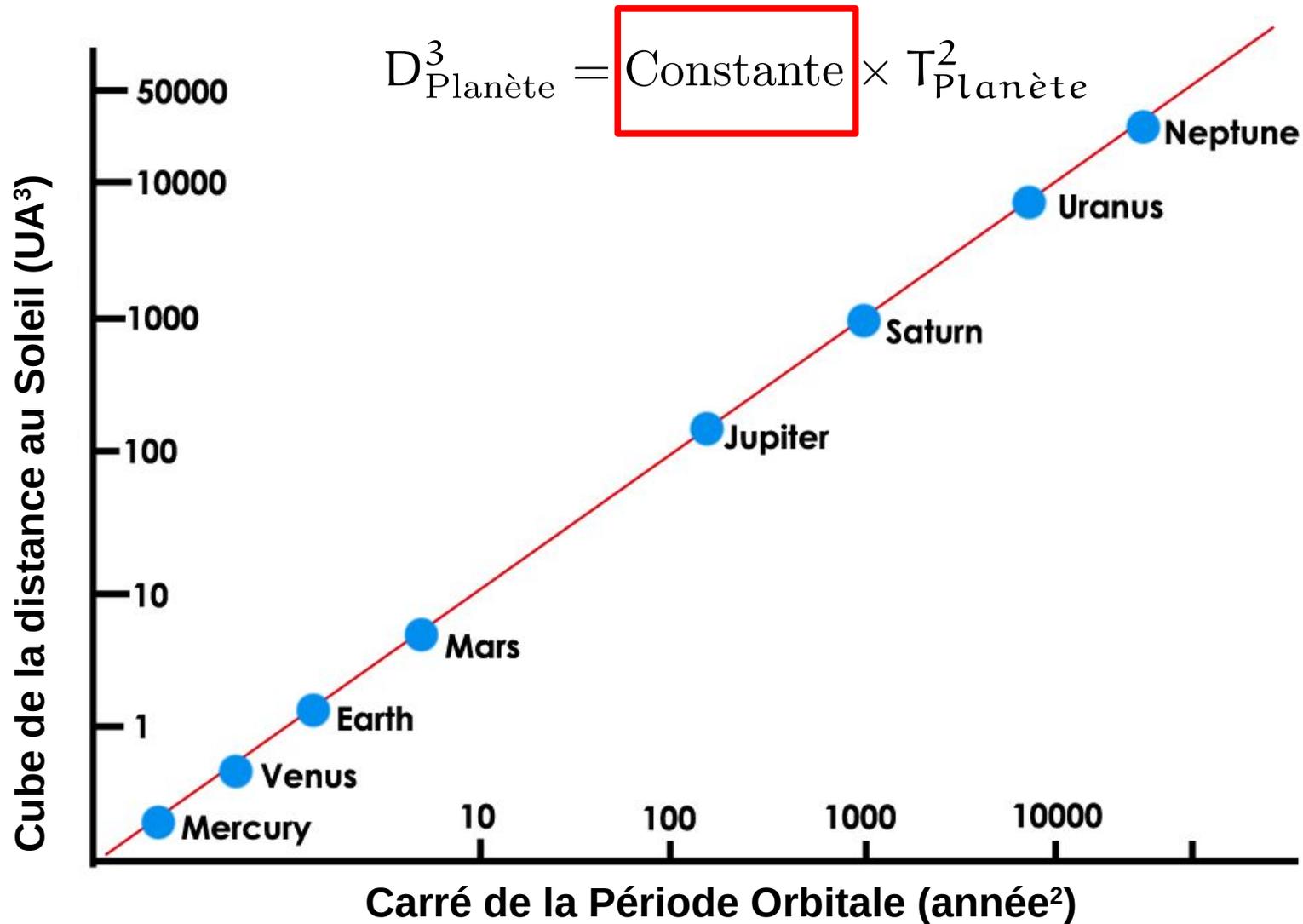
$$\rightarrow M : \boxed{-x+y=0} \rightarrow y = x = -1/2$$

$$\rightarrow L : \boxed{3x+z=0} \rightarrow z = -3x = 3/2$$

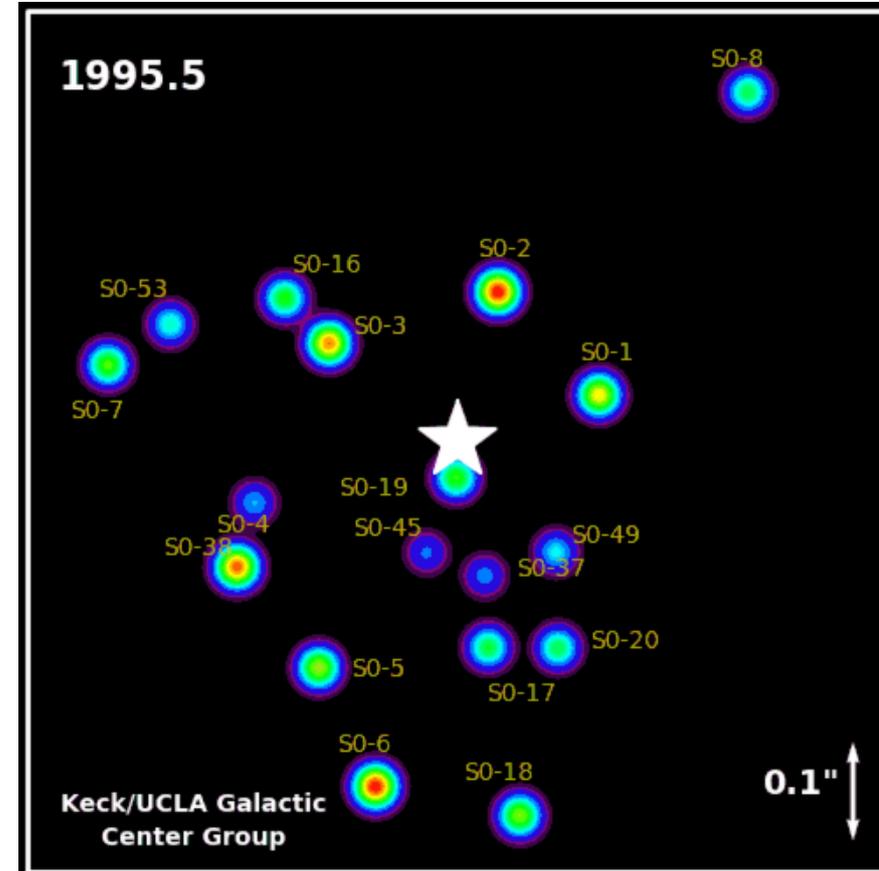
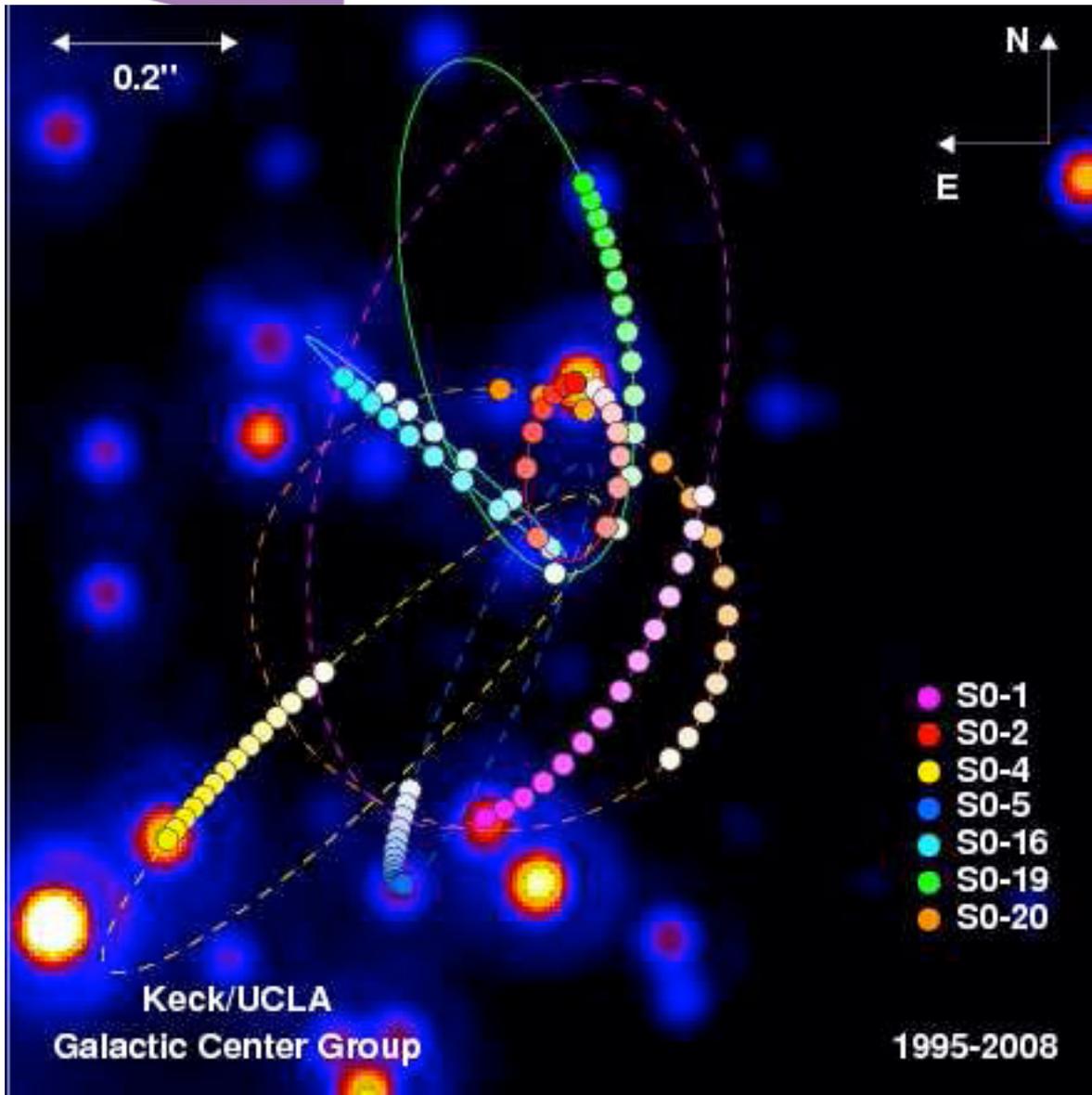
On peut aussi choisir $-1, -1, 3 \rightarrow T^2 = G^{-1} M^{-1} D^3 \rightarrow$ **Sans dimension $GM \cdot T^2 = D^3$ (2)**

$$(1) + (2) \Rightarrow T_{\text{Planète}}^2 = \frac{D_{\text{Planète}}^3}{GM_{\text{Soleil}}} \times \text{fonction} \left(\frac{m_{\text{Planète}}}{M_{\text{Soleil}}} \right)$$

Vérification expérimentale



COMMENT « PESER » LA TERRE AVEC LES LOIS DE KÉPLER



Masse centrale $\sim 7 \times 10^6 M_{\text{soleil}}$

Utilisons Képler pour le couple Terre-Lune

Orbite due à la gravité terrestre !
Indépendante de la Masse de la Lune

3ème Loi de Képler

$$T_{\text{Lune}}^2 = \frac{4\pi^2}{GM_{\text{Terre}}} D_{\text{Terre-Lune}}^3$$

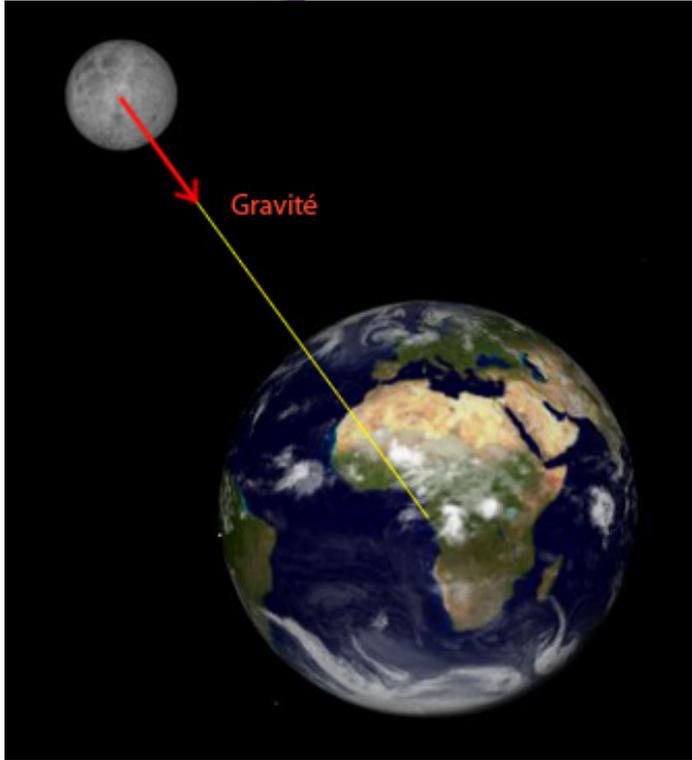
T_{Lune} : période de révolution ~ 1 mois

$D_{\text{Terre-Lune}}$ = Distance Terre-Lune

G = constante de gravitation

→ Si l'on connaît $D_{\text{Terre-Lune}}$, on en déduit M_{Terre}

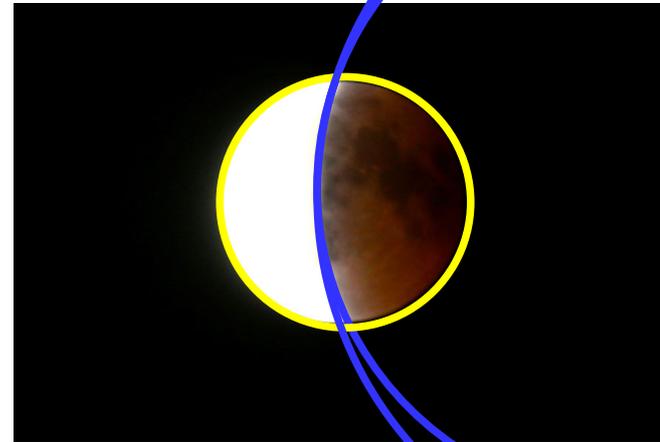
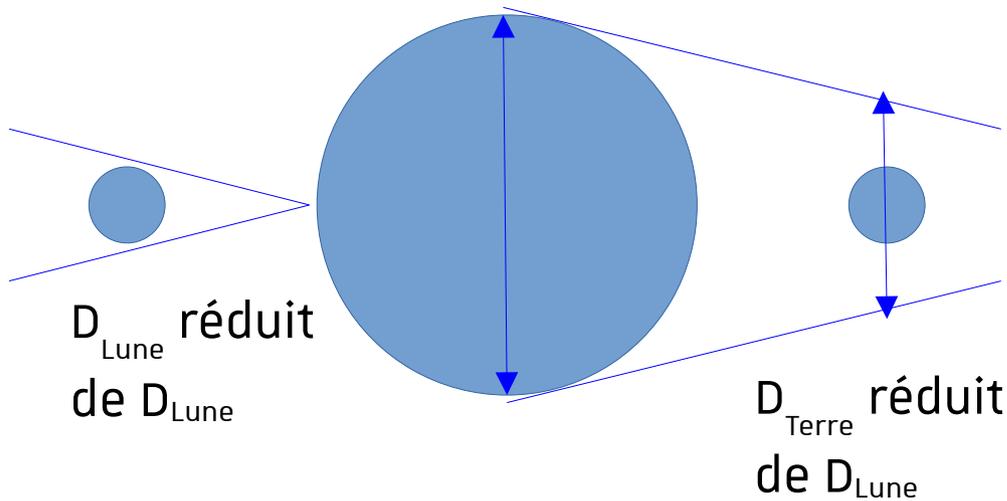
Comment déterminer $D_{\text{Terre-Lune}}$?



COMMENT « PESER » LA TERRE KÉPLER ET LA LUNE

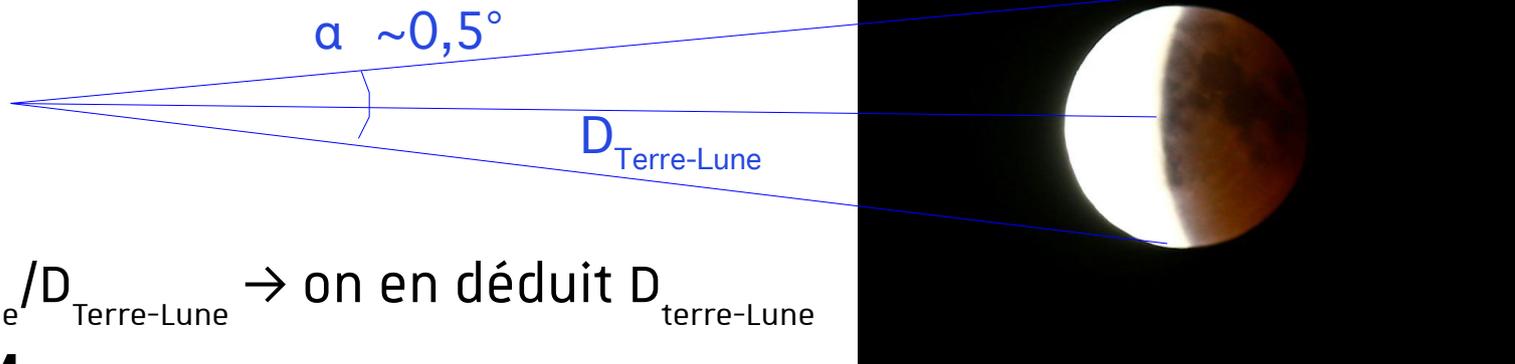
Eclipse de Lune : sur la Lune $D_{\text{Terre}} \sim 2,5 \times D_{\text{Lune}}$

$\rightarrow D_{\text{Terre}} \sim (2,5+1) \times D_{\text{Lune}}$



Incertitude de mesure

Puis diamètre « apparent » depuis la Terre $\sim 0,5^\circ$



Angle $\alpha = 2 R_{\text{Lune}} / D_{\text{Terre-Lune}} \rightarrow$ on en déduit $D_{\text{terre-Lune}}$

\rightarrow on en déduit M_{Terre}

COMMENT « PESER » LA TERRE KÉPLER ET LA LUNE



Historical Accuracy of LLR Data

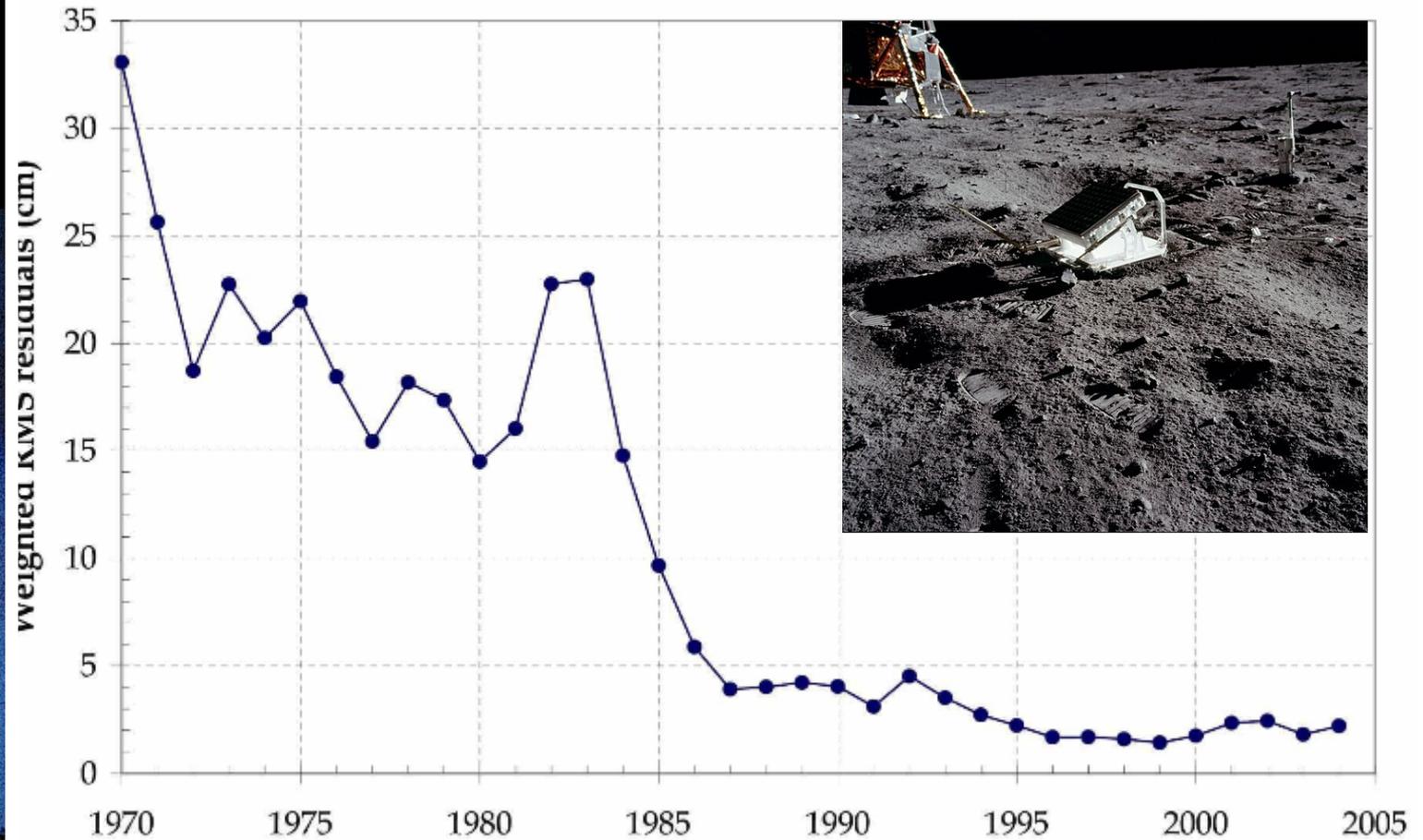


Fig. 5. Annual rms residuals of LLR data from 1970 to 2004.

$$g = G \frac{M_{\text{Terre}}}{R_{\text{Terre}}^2}$$

Au final...

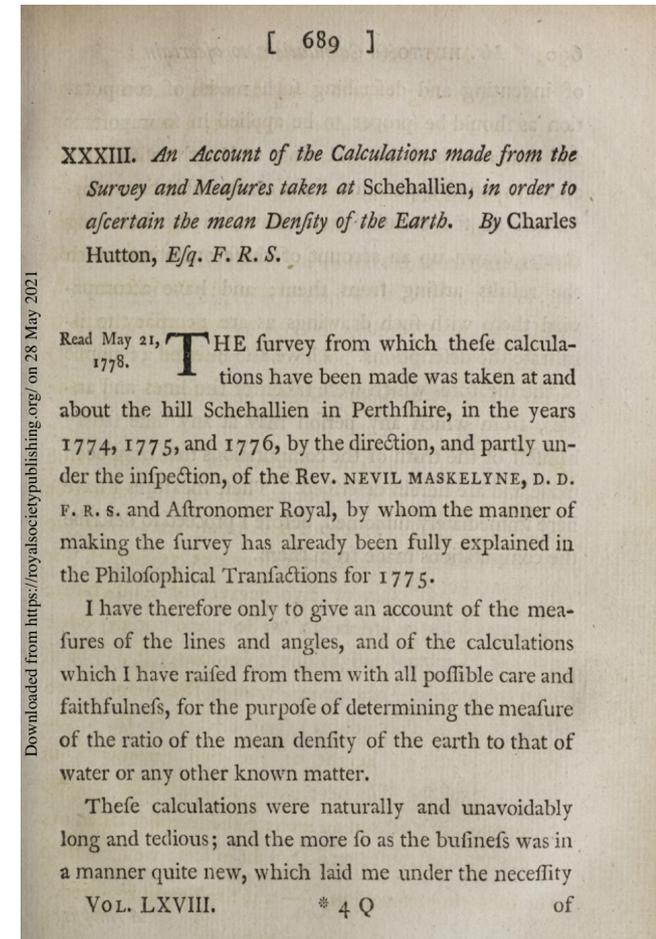
- De multiples méthodes pour mesurer « **g** » : pendule, clepsydre/chute libre...
- Des méthodes **géométriques** ou « **astronomiques** » pour mesurer **M_{Terre}**
- Des méthodes **géométriques** pour mesurer **R_{Terre}**

→ **Mais comment mesure-t-on la « constante » G ?**

Newton (1785) → pas de « constante de Newton » G !

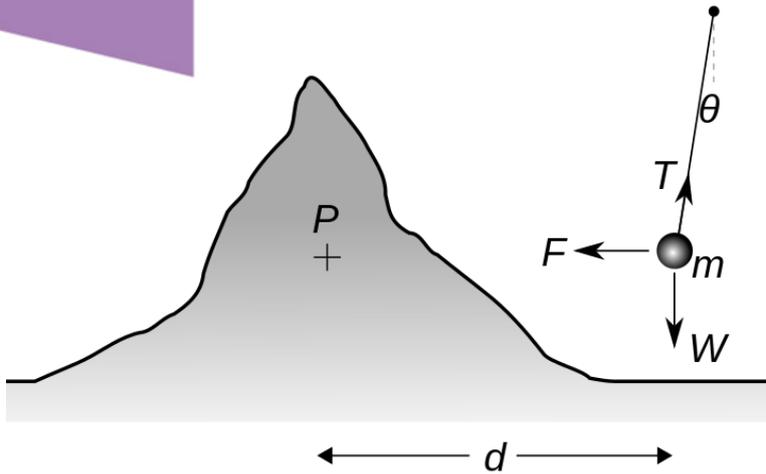
$$F_{\text{Terre/Moi}} \propto \frac{m \cdot M_T}{r^2}$$

- Balance de Cavendish (1798)
<https://royalsocietypublishing.org/doi/pdf/10.1098/rstl.1798.0022>
- Pendule - Maskelyne (1775)
<https://royalsocietypublishing.org/doi/pdf/10.1098/rstl.1775.0049>
- Pendule - Hutton (1775)
<https://royalsocietypublishing.org/doi/pdf/10.1098/rstl.1778.0034>
- Pendule - Bouguer (1749)
<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k1051288w.image>
- Balance de Boys (1897)
<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k17072q/f50.item>



LA CONSTANTE G

MESURER G – OU LA DENSITÉ DE LA TERRE ?



$$\frac{F}{W} = \frac{\rho_{\text{Montagne}} V_{\text{Montagne}}}{\rho_{\text{Terre}} V_{\text{Terre}}} \left(\frac{R_{\text{Terre}}}{d} \right)^2$$



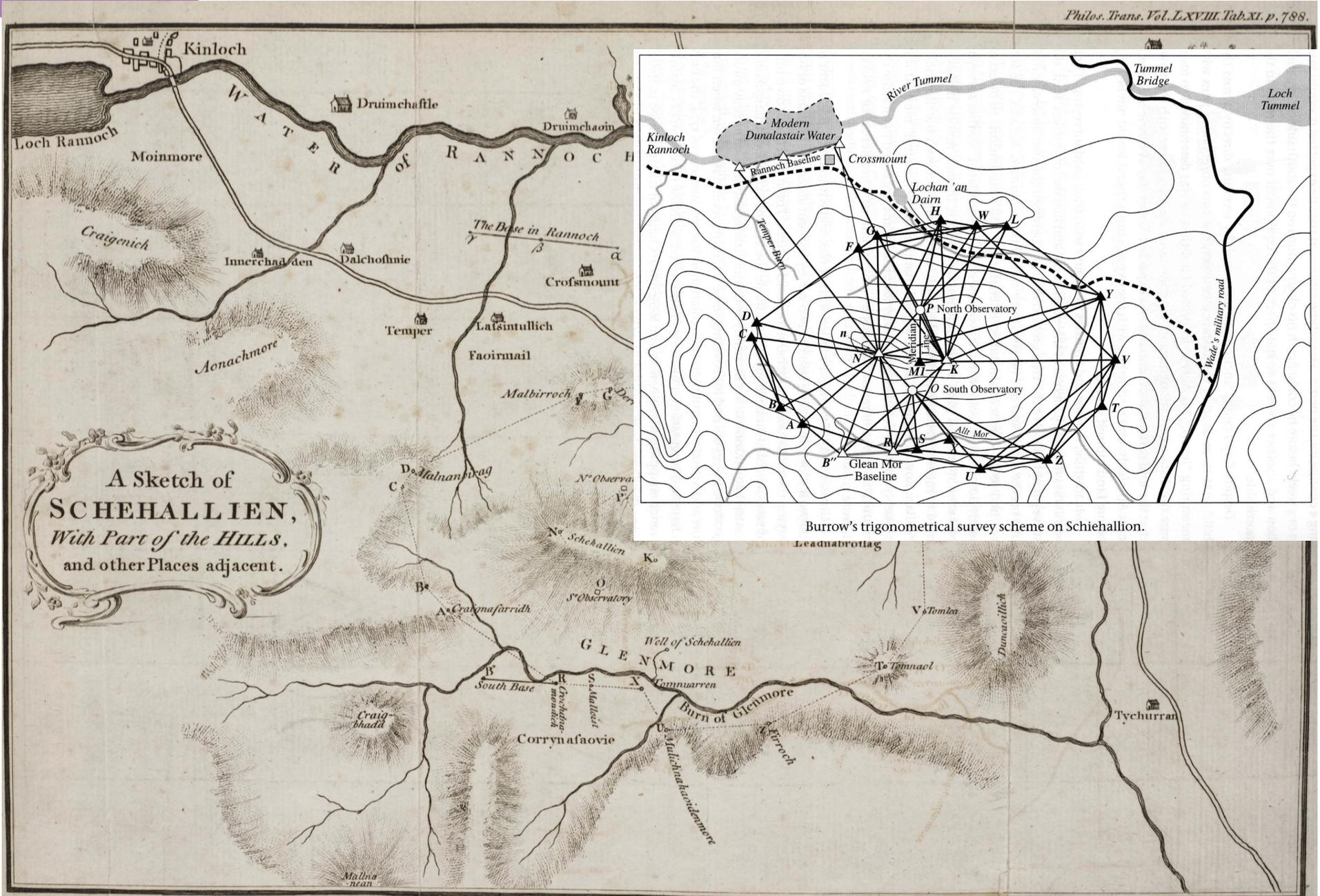
Chimborazo – Bouguer (1738)



*Schiehallion – Maskelyne (1774),
Hutton (1778)*

→ Rapport $\rho_{\text{Montagne}}/\rho_{\text{Terre}}$ en fonction de θ et $V_{\text{Montagne}}, V_{\text{Terre}}$

On peut mesurer ρ_{Terre}



Burrow's trigonometrical survey scheme on Schiehallion.

LA CONSTANTE G

MESURER G – OU LA DENSITÉ DE LA TERRE ?

Cavendish (1798)



520

Mr. CAVENDISH's Experiments to determine

CONCLUSION.

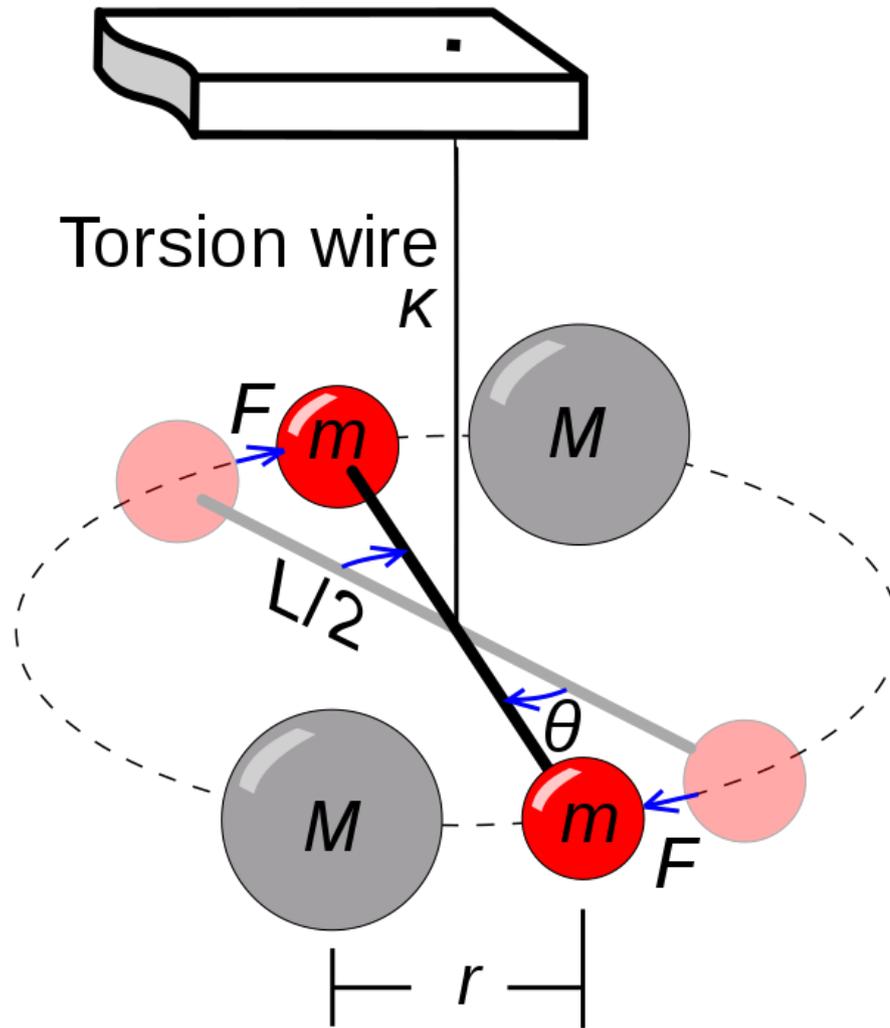
The following Table contains the Result of the Experiments.

Exper.	Mot. weight	Mot. arm	Do. corr.	Time vib.	Do. corr.	Density.
1	m. to +	14,32	13,42	" "	-	5,5
	+ to m.	14,1	13,17	14,55	-	5,61
2	m. to +	15,87	14,69	-	-	4,88
	+ to m.	15,45	14,14	14,42	-	5,07
3	+ to m.	15,22	13,56	14,39	-	5,26
	m. to +	14,5	13,28	14,54	-	5,55
4	m. to +	3,1	2,95	-	6,54	5,36
	+ to -	6,18	-	7,1	-	5,29
5	- to +	5,92	-	7,3	-	5,58
	+ to -	5,9	-	7,5	-	5,65
6	- to +	5,98	-	7,5	-	5,57
	m. to -	3,03	2,9	-	-	5,53
7	- to +	5,9	5,71	-	-	5,62
	m. to -	3,15	3,03	7,4 by mean.	6,57	5,29
- to +	6,1	5,9	5,44			
8	m. to -	3,13	3,00	-	-	5,34
	- to +	5,72	5,54			5,79
9	+ to -	6,32	-	6,58	-	5,1
10	+ to -	6,15	-	6,59	-	5,27
11	+ to -	6,07	-	7,1	-	5,39
12	- to +	6,09	-	7,3	-	5,42
13	- to +	6,12	-	7,6	-	5,47
	+ to -	5,97	-	7,7	-	5,63
14	- to +	6,27	-	7,6	-	5,34
	+ to -	6,13	-	7,6	-	5,46
15	- to +	6,34	-	7,7	-	5,3
16	- to +	6,1	-	7,16	-	5,75
17	- to +	5,78	-	7,2	-	5,68
	+ to -	5,64	-	7,3	-	5,85

<http://walter.bislins.ch/blodge/index.asp?page=Cavendish+Experiment+Simulator>

LA CONSTANTE G

MESURER G – OU LA DENSITÉ DE LA TERRE ?



La gravité est « annulée » !

520

Mr. CAVENDISH's Experiments to determine

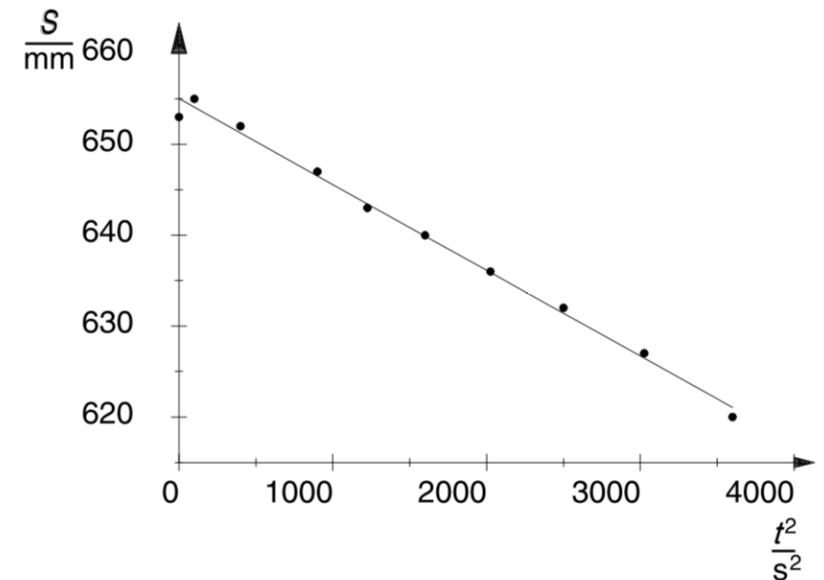
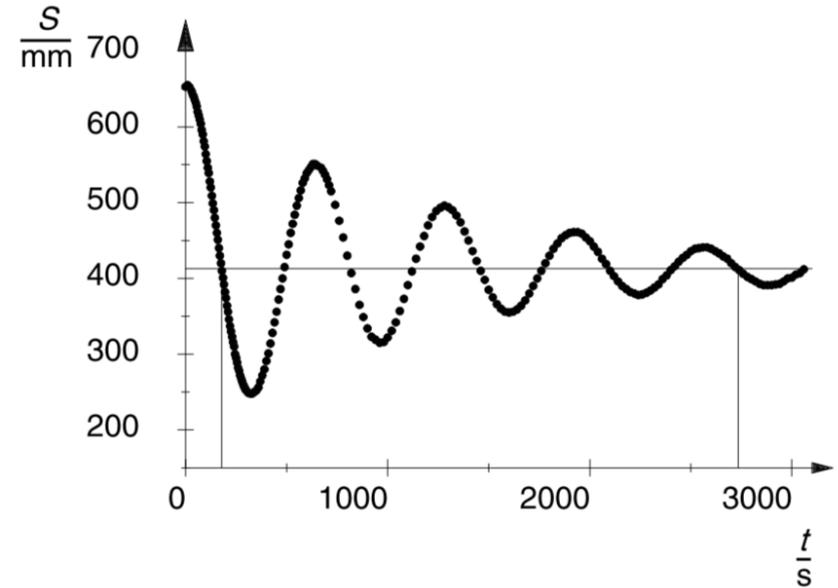
CONCLUSION.

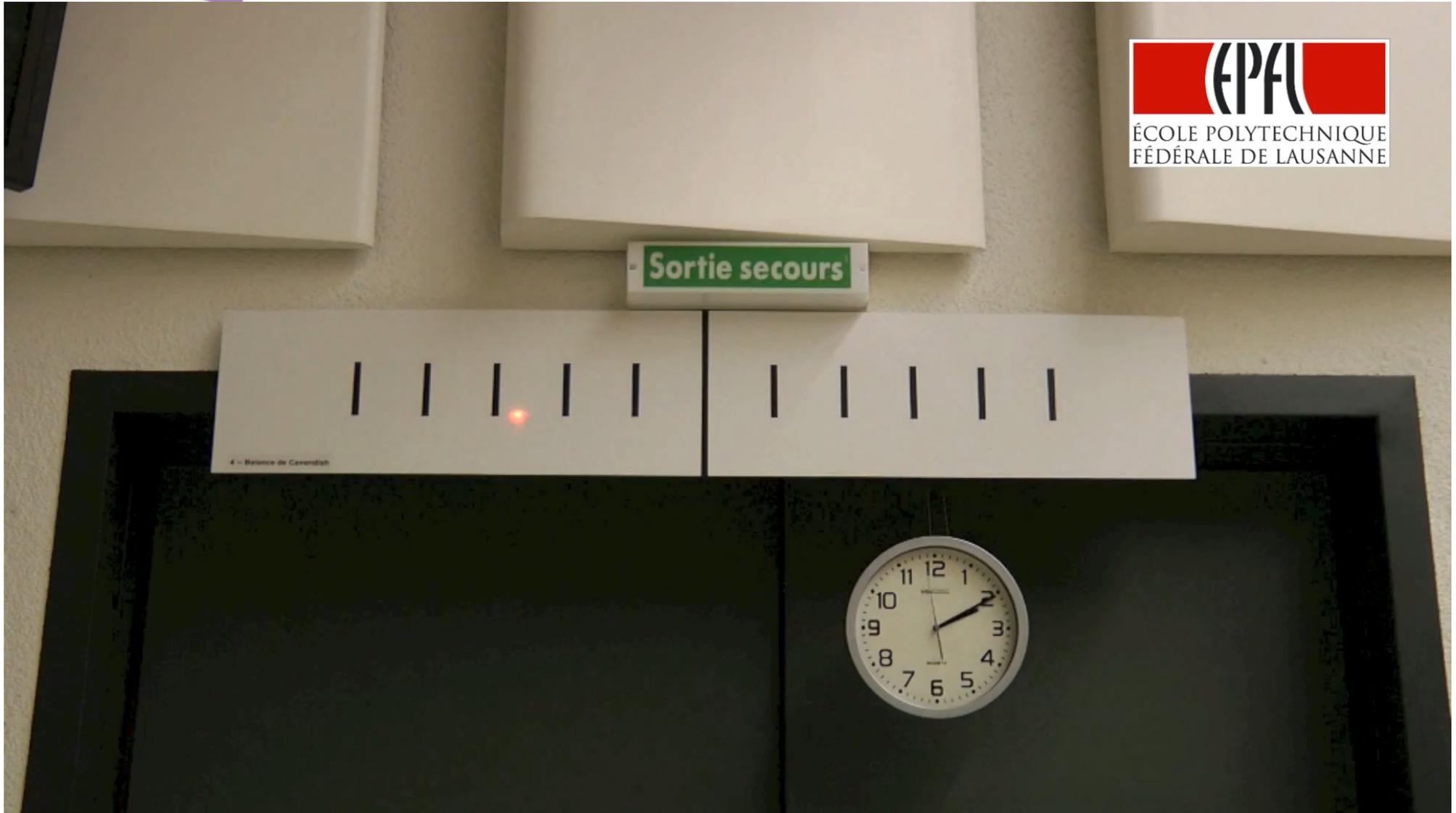
The following Table contains the Result of the Experiments.

Exper.	Mot. weight	Mot. arm	Do. corr.	Time vib.	Do. corr.	Density.
1	m. to +	14,32	13,42	" "	-	5,5
	+ to m.	14,1	13,17	14,55	-	5,61
2	m. to +	15,87	14,69	-	-	4,88
	+ to m.	15,45	14,14	14,42	-	5,07
3	+ to m.	15,22	13,56	14,39	-	5,26
	m. to +	14,5	13,28	14,54	-	5,55
4	m. to +	3,1	2,95	-	6,54	5,36
	+ to -	6,18	-	7,1	-	5,29
5	- to +	5,92	-	7,3	-	5,58
	+ to -	5,9	-	7,5	-	5,65
6	- to +	5,98	-	7,5	-	5,57
	m. to -	3,03	2,9	-	-	5,53
7	- to +	5,9	5,71	-	-	5,62
	m. to -	3,15	3,03	7,4	6,57	5,29
- to +	6,1	5,9	by mean.	5,44		
8	m. to -	3,13	3,00	-	-	5,34
	- to +	5,72	5,54	-	-	5,79
9	+ to -	6,32	-	6,58	-	5,1
10	+ to -	6,15	-	6,59	-	5,27
11	+ to -	6,07	-	7,1	-	5,39
12	- to +	6,09	-	7,3	-	5,42
13	- to +	6,12	-	7,6	-	5,47
	+ to -	5,97	-	7,7	-	5,63
14	- to +	6,27	-	7,6	-	5,34
	+ to -	6,13	-	7,6	-	5,46
15	- to +	6,34	-	7,7	-	5,3
16	- to +	6,1	-	7,16	-	5,75
17	- to +	5,78	-	7,2	-	5,68
	+ to -	5,64	-	7,3	-	5,85



Difficile à mesurer même en 2022 !

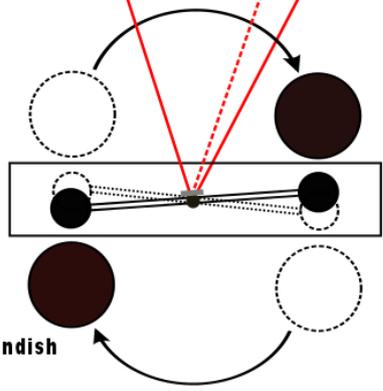




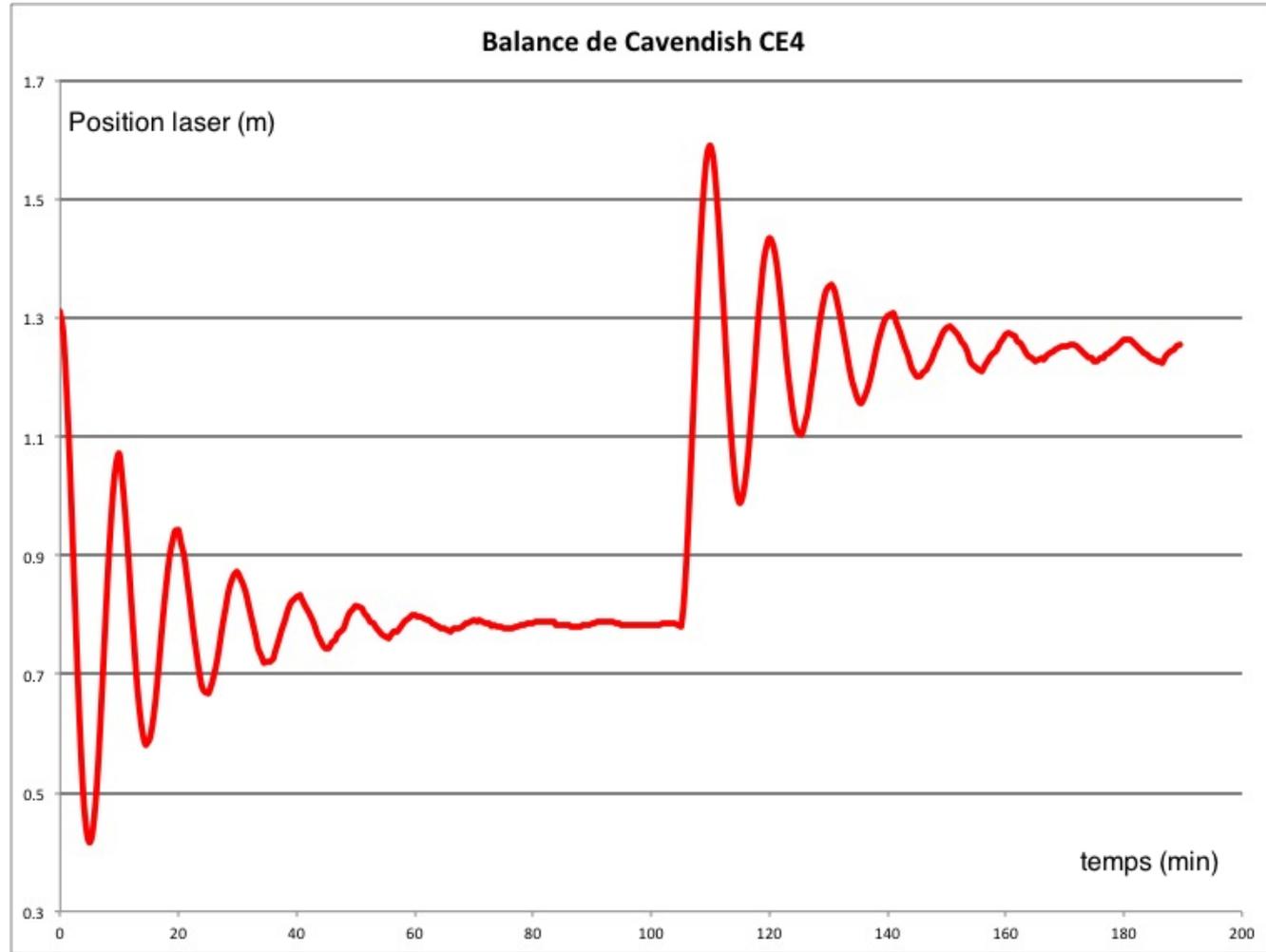
<https://auditoires-physique.epfl.ch/experiment/4/balance-de-cavendish>



LASER

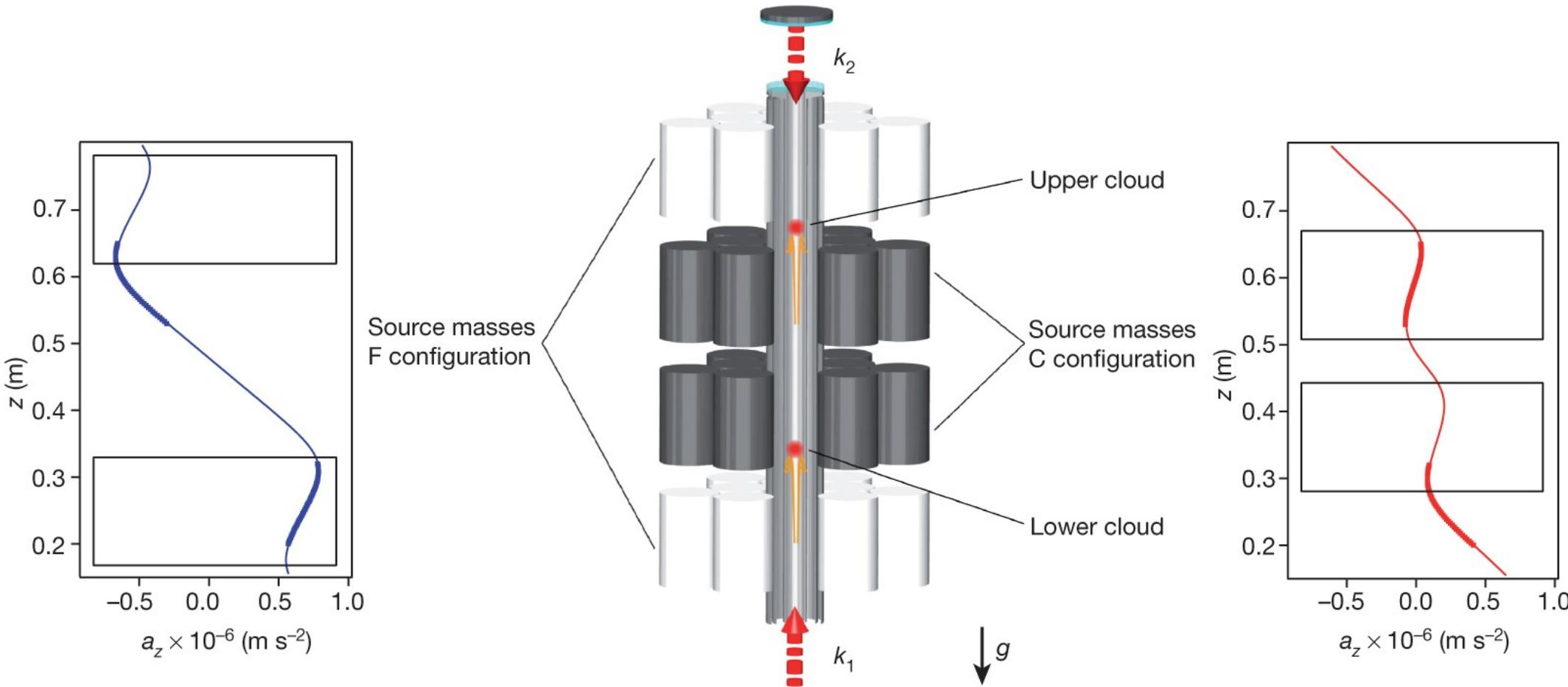


balance de Cavendish
 vue de dessus



LA CONSTANTE G DE L'INTERFÉROMÉTRIE ATOMIQUE POUR EXTRAIRE G

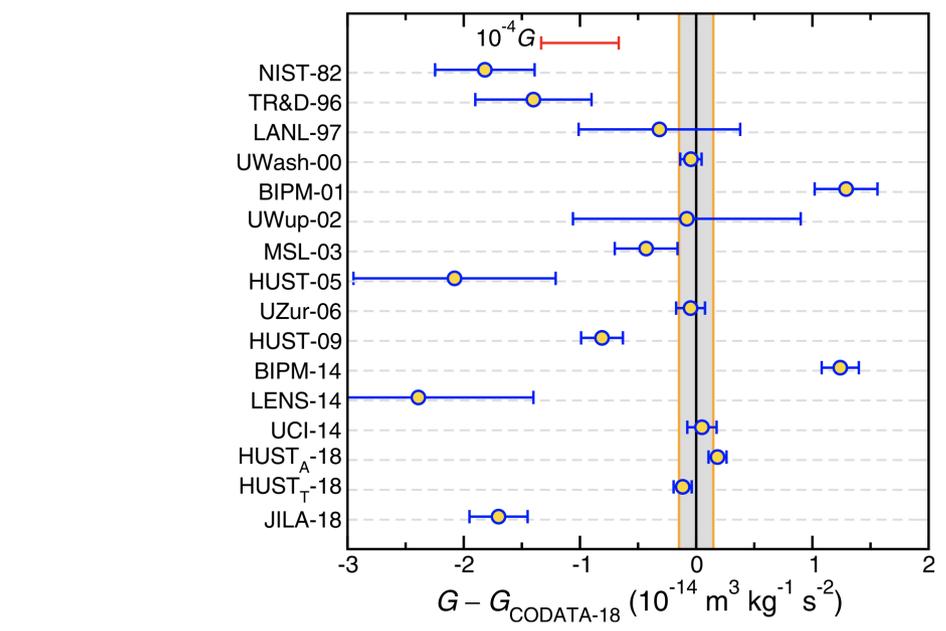
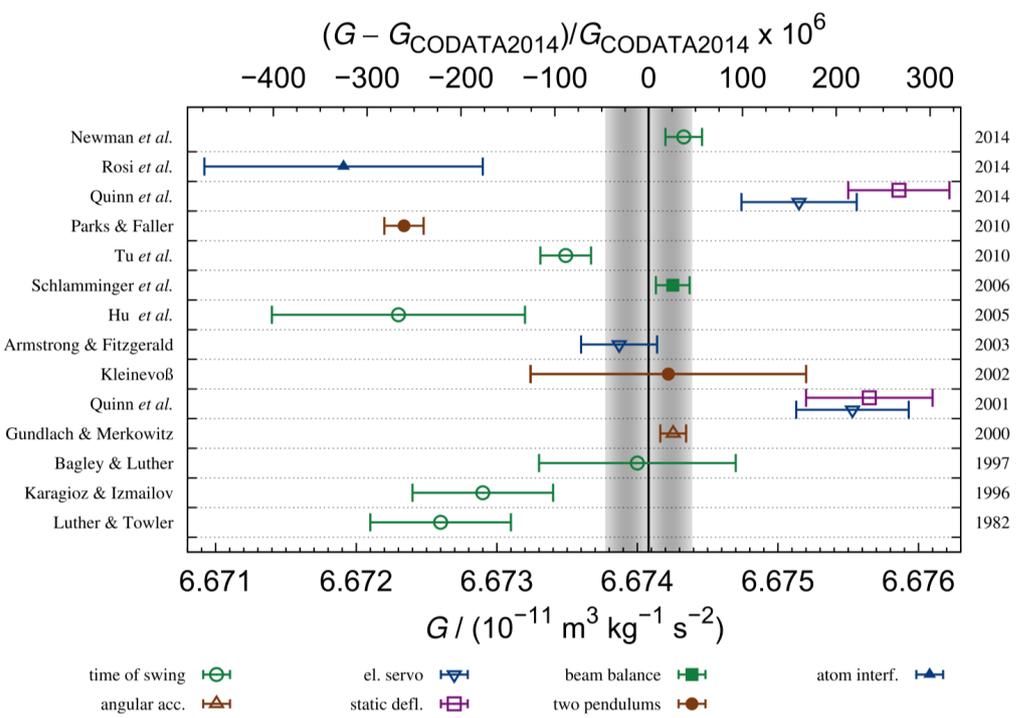
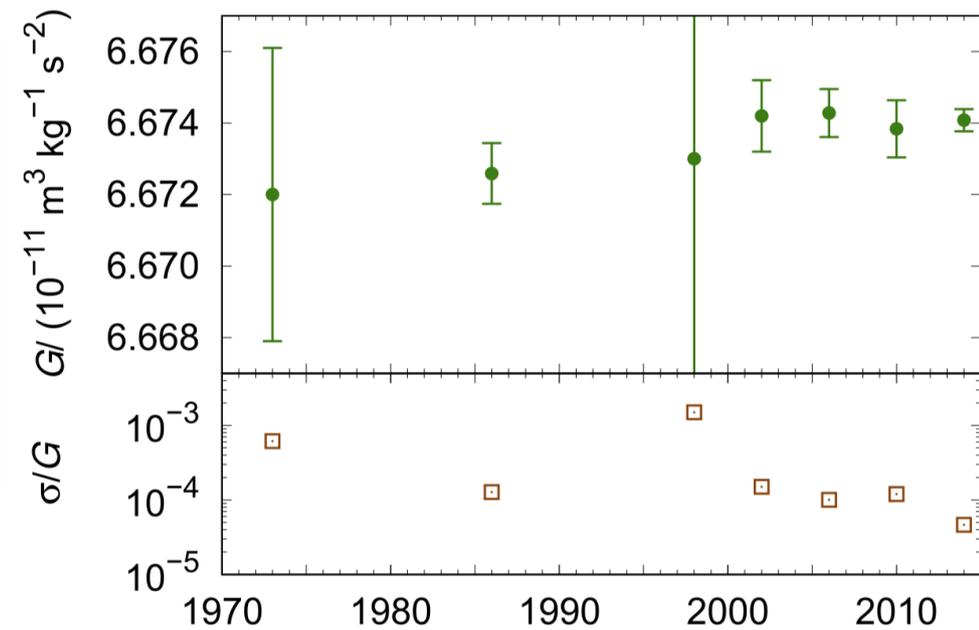
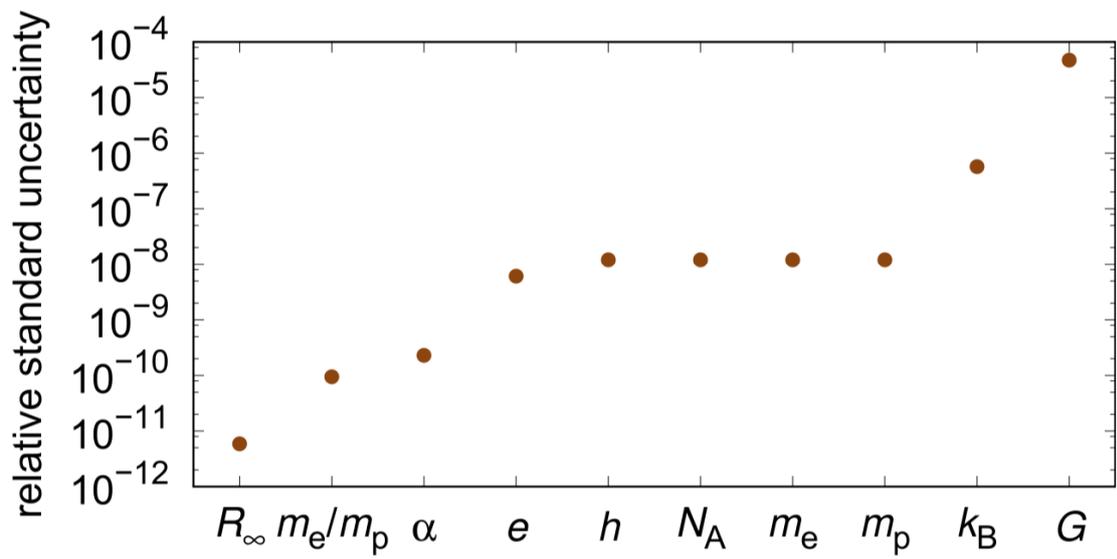
Des atomes en « chute libre » !



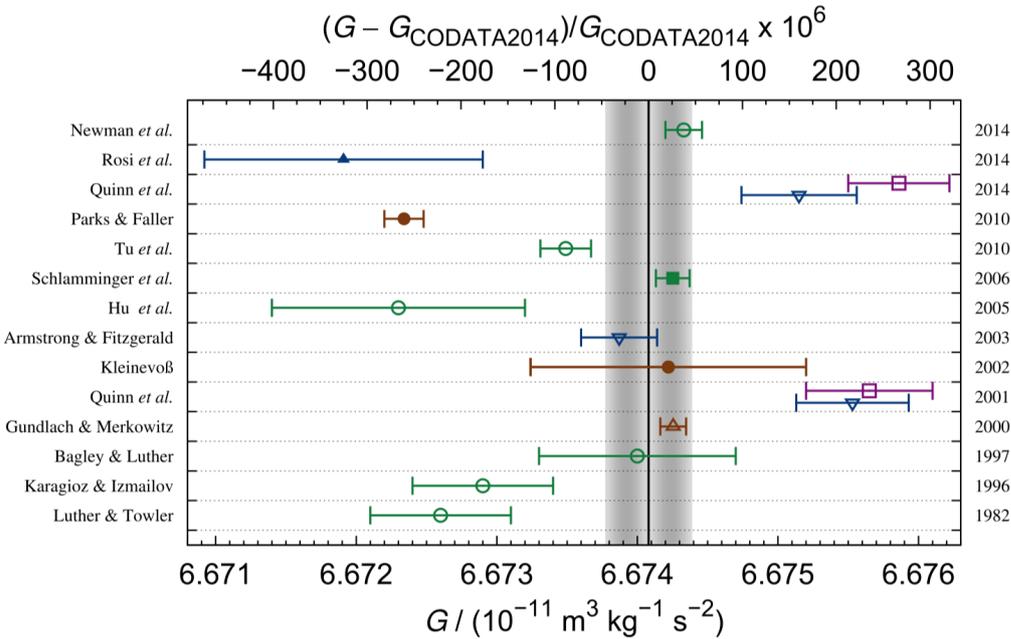
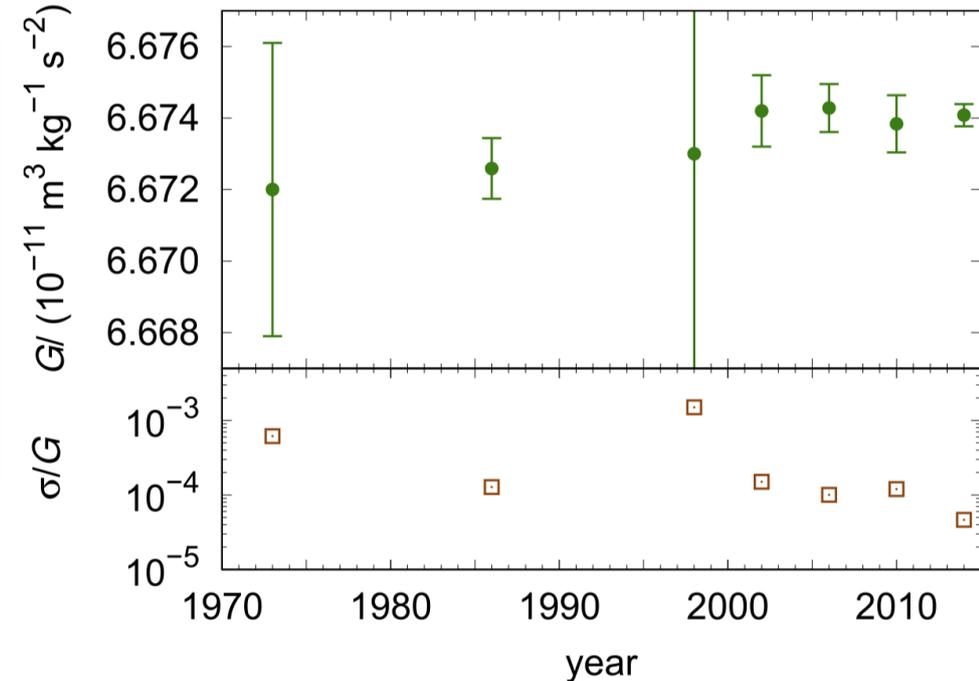
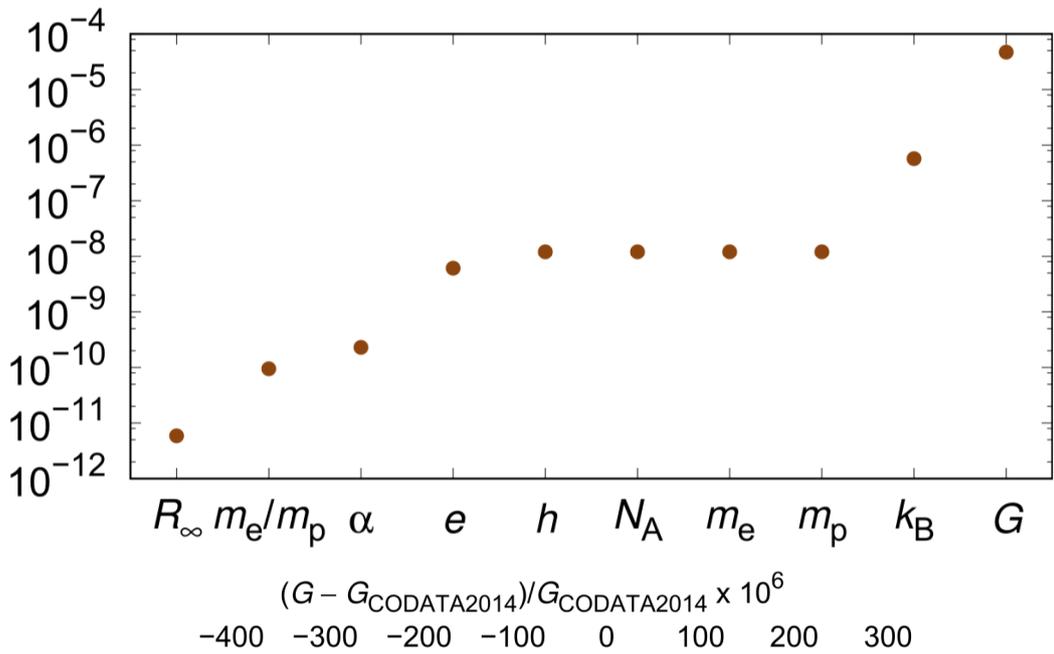
Interférométrie avec des ondes *de matière*

Résultats $\Delta G/G \sim 1.5 \times 10^{-4}$

<https://www.nature.com/articles/nature13433>



relative standard uncertainty



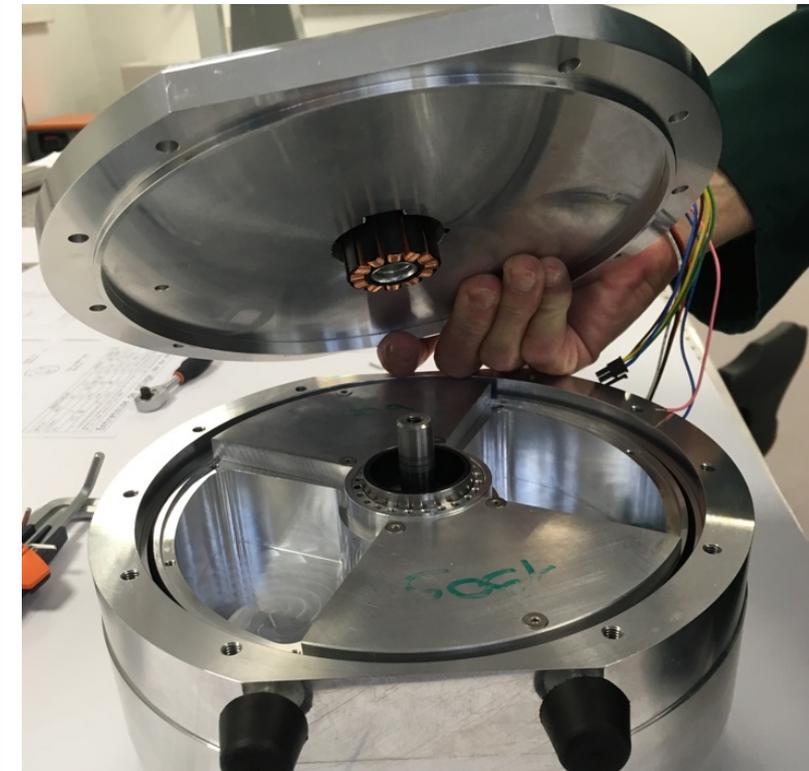
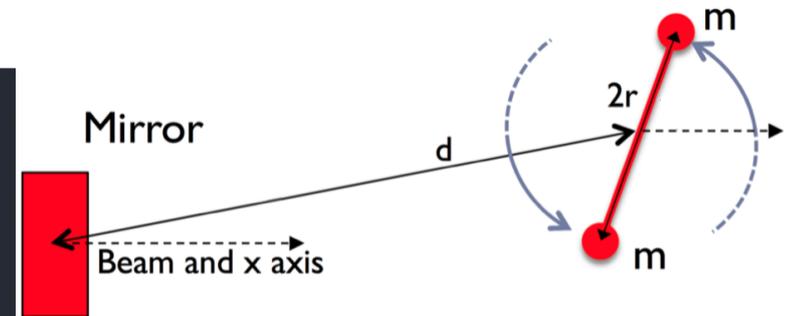
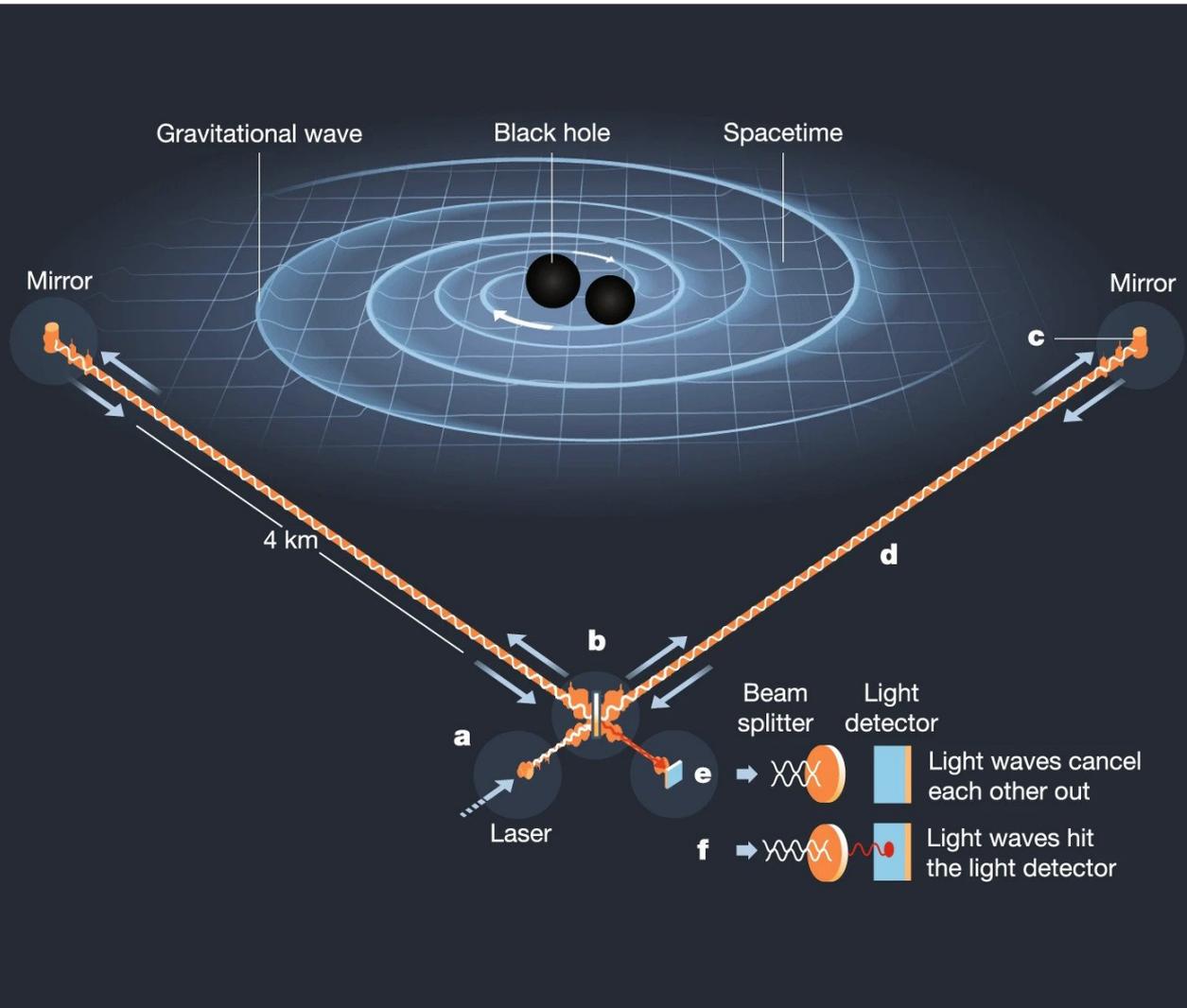
<https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.4994619>
<https://physics.nist.gov/cuu/pdf/JPCRD2018CODATA.pdf>

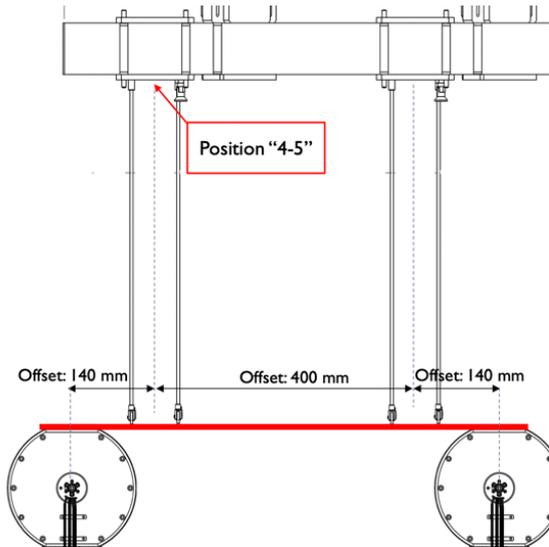
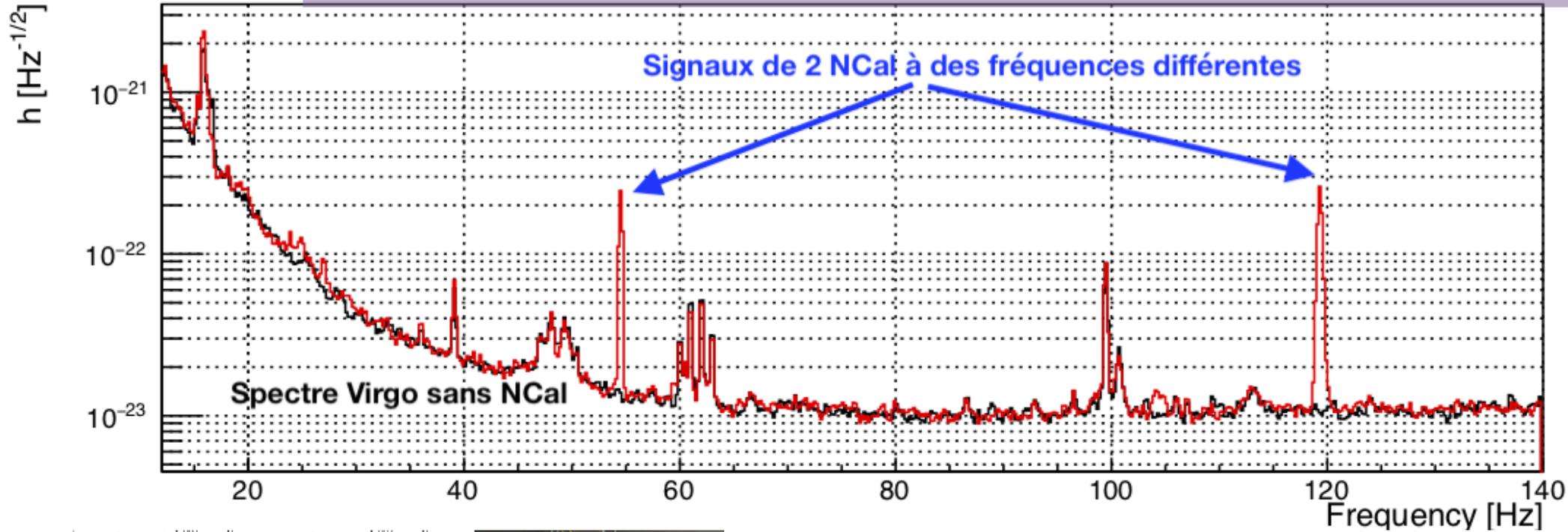
Précision « **seulement** » 4.7×10^{-5} (2.2 2021)
Des mesures non compatibles...

- biais sur certaines mesures ?
- incertitudes sous-estimées ?
- nouvelle(s) physique(s) ?

LA CONSTANTE G

AUJOURD'HUI - VIRGO





- Précision actuelle $\sim 1\%$ sur le signal attendu...
- On vise 0.1%
- Signal attendu dépend de G !

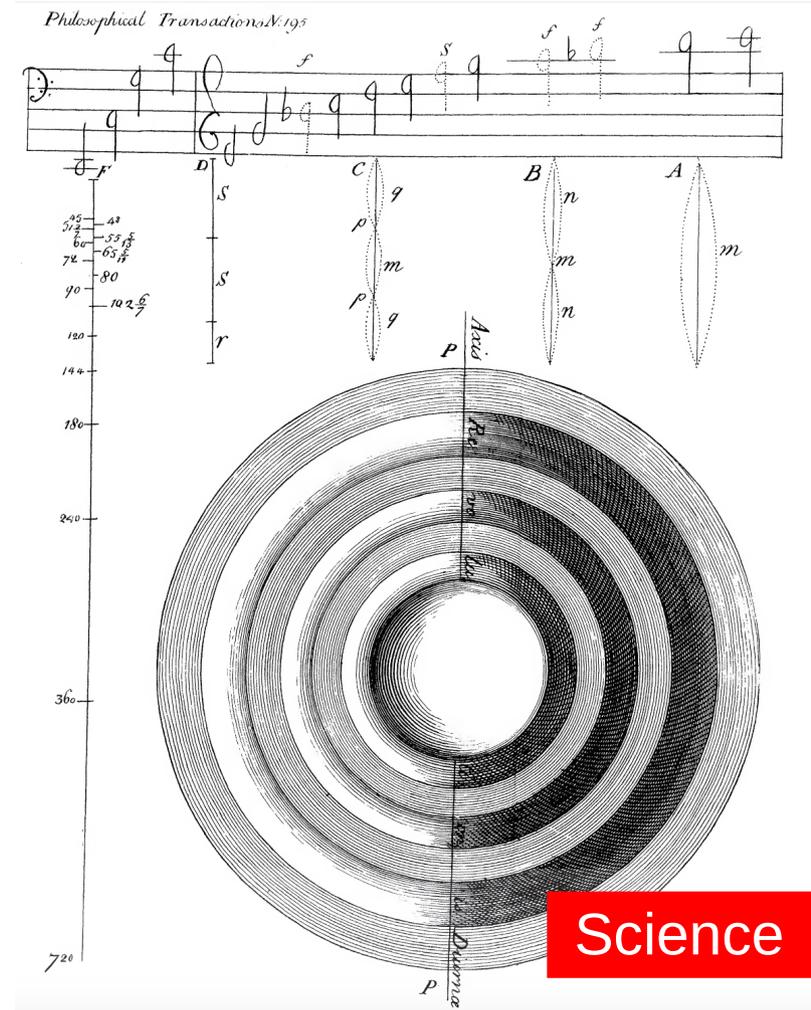
→ On est loin d'être limité par G ($0,0022\%$)

- Nous vivons sur la Terre
→ mais il n'est pas si facile de mesurer sa taille, sa masse, sa forme...

*An Account of the cause of the Change of the Variation of the **Magnetical Needle**; with an Hypothesis of the Structure of the Internal parts of the Earth : as it was proposed to the Royal Society in one of their late Meetings. By Edm. Halley.*

SOME years since I published in these Transactions, (Numb. 148,) a Theory of the Variation of the Magnetical Compaſs, wherein having collected as many Observations as at that time I could procure, and having carefully

Edmund Halley, 1692



- Nous vivons sur la Terre
→ mais il n'est pas si facile de mesurer sa taille, sa masse, sa forme...

Speculations in Science and Technology, Vol. 6, No. 1 (1983) - p.81-89

81

A GEOCOSMOS: MAPPING OUTER SPACE INTO A HOLLOW EARTH

MOSTAFA A. ABDELKADER

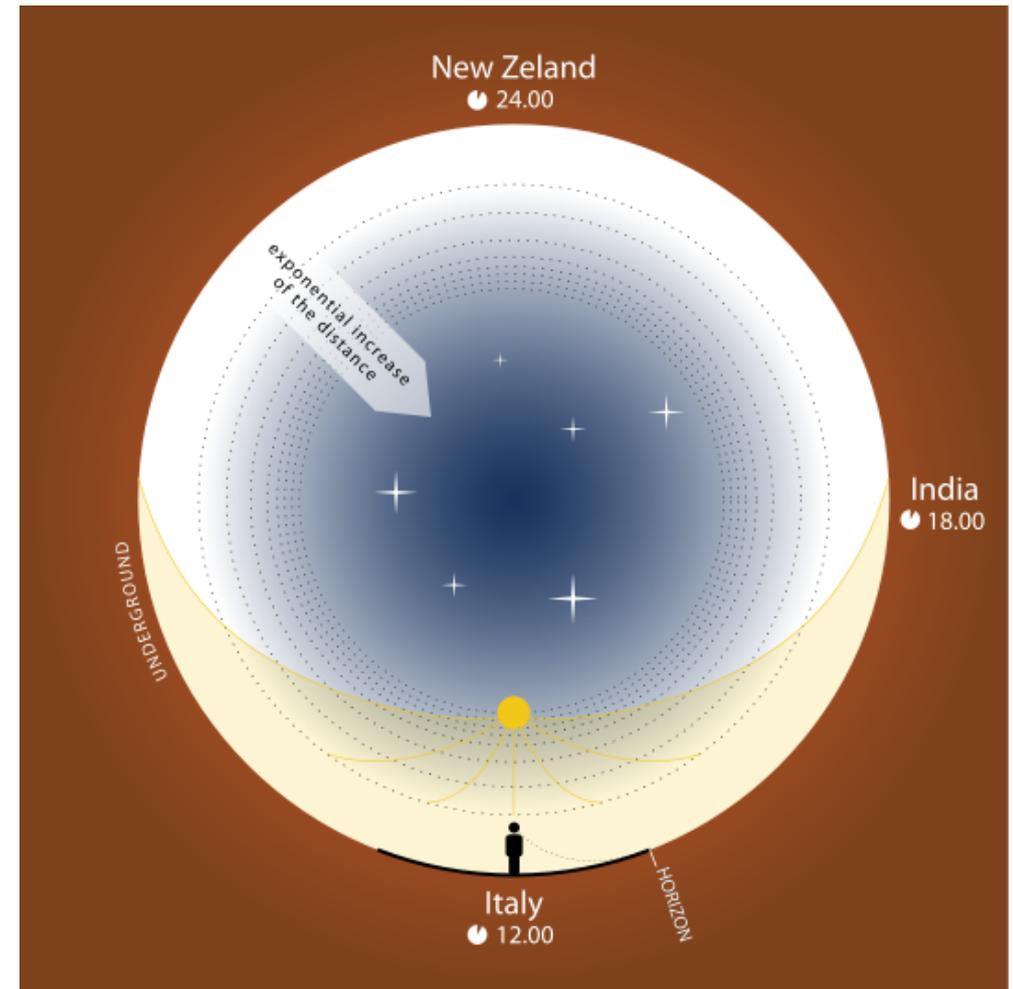
25 Sh. Champollion, Alexandria, Egypt.

M. Abdelkader, 1982

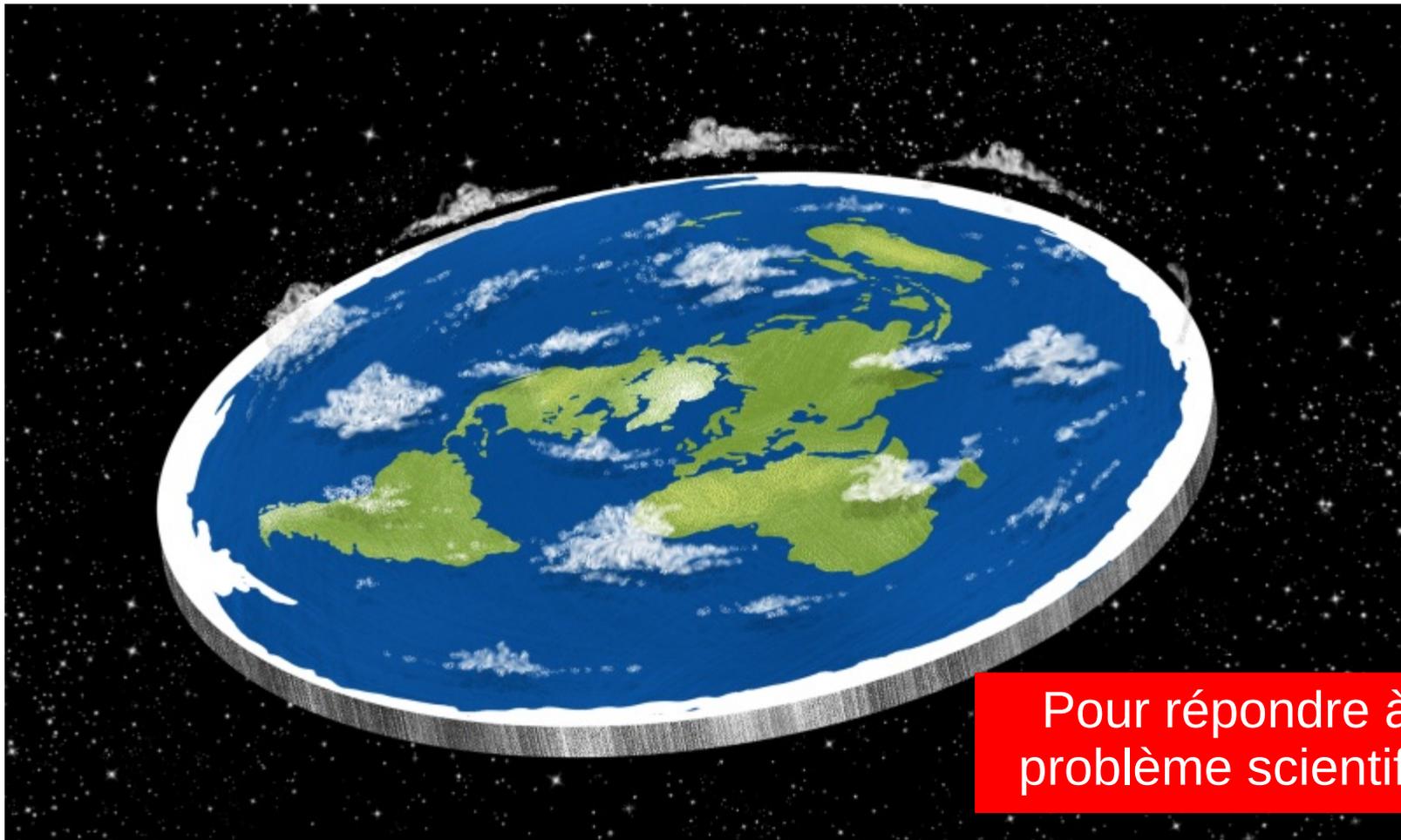
Abstract

We regard the earth's surface as a sphere and apply a purely mathematical mapping taking outer space in the Copernican universe (C) into a hollow earth, Geocosmos (G). The enormous galaxies and other remote objects are mapped inside as microscopic objects, and our moon as by far the largest of the celestial objects, all of which revolve daily around the earth's axis. Straight rays of light are mapped as arcs of circles, so that all celestial phenomena appear to inside observers in G just as they do to outside observers in C. We next consider the hypothesis that, conversely, our actual universe is this finite G. Then there seems to be no way of testing this, except by drilling a hole right through the earth's centre. However, in C the origin of cosmic rays of super-high energies is very controversial, whereas in G it is unequivocal. The idea of G was first conceived qualitatively by Karl E. Neupert in 1900; our revival is somewhat different. The main appeal of G stems from the very grave difficulty of believing in the fantastic vastness of C, and the consequent reduction of the earth to an infinitesimal.

Pour répondre à quel problème scientifique ?



- Nous vivons sur la Terre
→ mais il n'est pas si facile de mesurer sa taille, sa masse, sa forme...



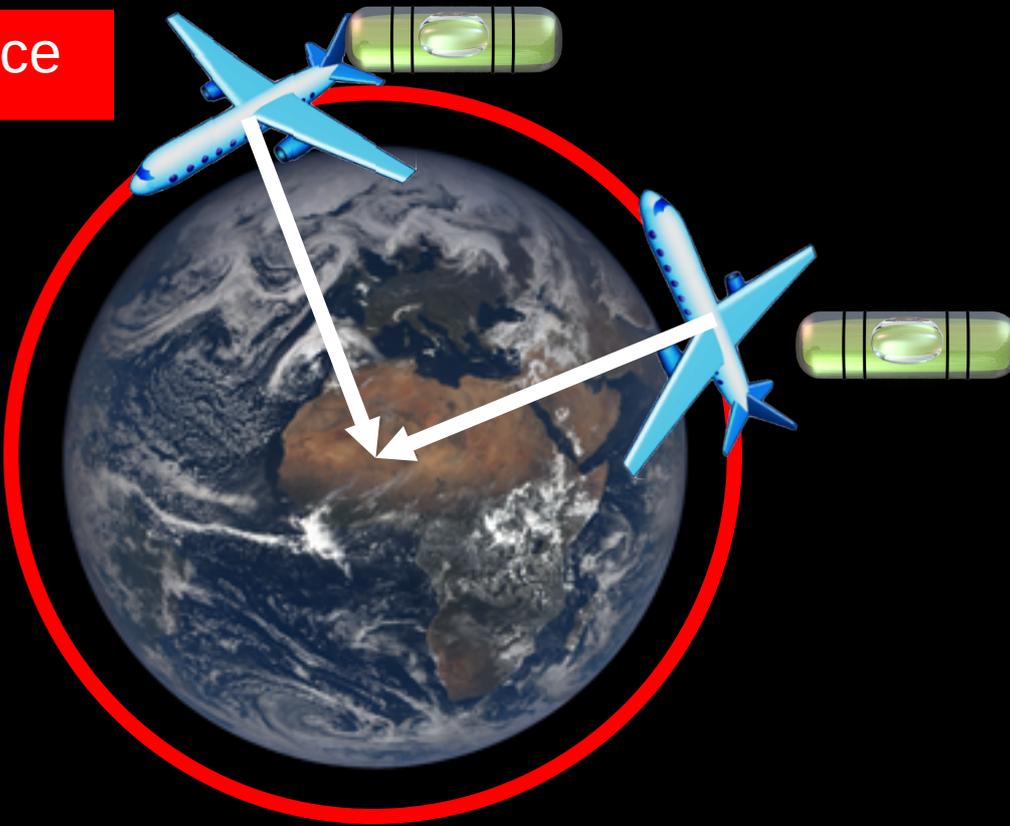
Pour répondre à quel
problème scientifique ?

CONCLUSIONS

LA GRAVITATION : OMNIPRÉSENTE MAIS MAL CONNUE...

- Nous vivons sur la Terre
→ mais il n'est pas si facile de mesurer sa taille, sa masse, sa forme...

Science



D. Marble, 2017

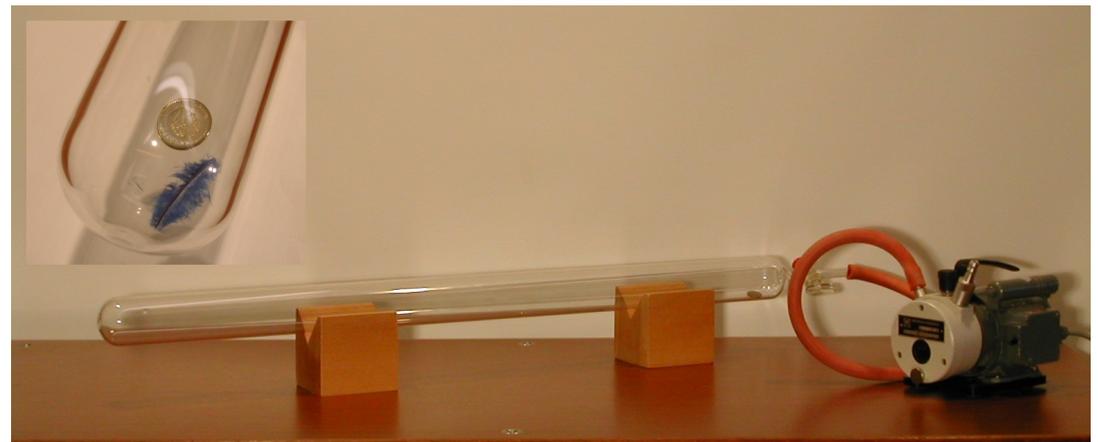
<https://www.youtube.com/watch?v=6nNUEU8gnf4&t=194s>

- Nous sommes soumis à la gravitation...
 - que nous connaissons mal
 - Principes d'Équivalence $m_g g = m_i a$ + Relativité Générale
 - https://www.youtube.com/watch?v=guRJ_XZ1nFc (BBC)
 - <https://www.youtube.com/watch?v=EevMOYosNsU> (EPFL)



Tube de Newton

Pierron, Leybold...



- Nous sommes soumis à la gravitation...
 - que nous connaissons mal
 - Principes d'Equivalence $m_g g = m_i a$ + Relativité Générale
 - https://www.youtube.com/watch?v=guRJ_XZ1nFc (BBC)
 - <https://www.youtube.com/watch?v=EevMOYosNsU> (EPFL)



- mauvaise connaissance (relative) de G
 - **G n'est pas une « constante » du SI**

